

Aufgaben zu Erwartungswert und Varianz einer Zufallsgröße

- 1 Gegeben ist die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße X .

x_i	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,0625	0,25	0,375	0,25	0,0625

Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$ und die Varianz $V(X)$. ☐

- 2.0 Gegeben ist die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße X .
(Abitur 2000 SI)

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$20a$	$5b$	$2b$	a

Der Erwartungswert der Zufallsgröße X beträgt $\mu = 1$

- 2.1 Berechnen Sie die Parameter a und b . (Teilergebnis: $a = \frac{1}{84}$) ☒

- 2.2 Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X in Form eines Histogramms dar und schraffieren Sie in diesem Histogramm die zu $P(X \leq \mu)$ gehörende Fläche. ☒

- 3 Es wird ein Würfel geworfen. Die Zufallsgröße X ist die geworfene Augenzahl. Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$, Varianz $V(X)$ und die Standardabweichung der Zufallsgröße X . ☐

- 4.0 Bei einer Tombola enthält die Urne 1000 Lose. Es gewinnen 1 Los mit 500 Euro, 4 Lose mit je 100 Euro und 5 Lose mit je 10 Euro.

- 4.1 Bestimmen Sie den durchschnittlichen Verlust beim Kauf eines Loses um 1 Euro. ☒

- 4.2 Berechnen Sie die Varianz $V(X)$ und die Standardabweichung des Gewinns. ☐

- 4.3 Bestimmen Sie den Preis für ein Los so, dass die Tombola fair ist. ☒

- 5.0 Eine Lieferung geräucherter Forellen enthält 10 Stück, von denen bereits 4 Stück ungenießbar sind. Zur Prüfung entnimmt man nacheinander (ohne Zurücklegen) 3 Stück. Die Zufallsgröße X ist jeweils die Anzahl der verdorbenen Fische.

- 5.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung. ☐

- 5.2 Bestimmen Sie den Erwartungswert $E(X)$, die Varianz $V(X)$ und die Standardabweichung von X . ☐

6.0 Gegeben ist die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X , die die Anzahl der Risse in den Fliesen des Badezimmers angibt. (Abitur 2000 SII)

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	a	0,25	3b	0,1	b	0,05

6.1 Berechnen Sie a und b unter der Voraussetzung, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens zwei Risse auftreten, 0,8 beträgt. (Teilergebnis: $a = 0,4$; $b = 0,05$) 

6.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der Risse innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegt. 

7.0 Hinsichtlich der Motorisierung gibt es fünf Motorvarianten nummeriert nach steigender Leistung von 1 bis 5. Die Zufallsgröße X gibt die Nummer der jeweiligen Variante an. Die Modelle mit den Varianten 2 und 4 haben zusammen einen Anteil von 35%. Die Verteilung der Motorvarianten wird mit den Parametern $a, b \in \mathbb{R}$ wie folgt angegeben. (Abitur 2004 SII)

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0,31	b	2b	a	a^2

7.1 Berechnen Sie die Parameter a und b. 
(Ergebnis: $a = 0,2$; $b = 0,15$)

7.2 Zeichnen Sie ein zugehöriges Histogramm. 

7.3 Die Aufpreise für die verschiedenen Motorisierungen sind untenstehender Tabelle zu entnehmen. Berechnen Sie $k \in \mathbb{R}$ so, dass sich ein durchschnittlicher Aufpreis von 2000€ ergibt. 

Motorvar.	1	2	3	4	5
Aufpreis	0	1800	2300	3200	k

8.0 Bei entsprechenden vom Zufall abhängigen Voraussetzungen wird die Öffnungszeit des Parks verlängert. Die Zufallsgröße Y gibt die Verlängerung der Öffnungszeit in Stunden an. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung lässt sich mithilfe eines Parameters $a \in \mathbb{R}$ so darstellen: (Abitur 2005 SI)

y	0	1	1,5	2
$P(Y = y)$	0,4	1,5a	a	0,5a

8.1 Berechnen Sie den Parameterwert a und stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße Y geeignet graphisch dar. 

8.2 Setzen Sie $a = 0,2$. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Verlängerung der Öffnungszeit größer ist als der Erwartungswert $E(Y)$. 

9.0 Zu Beginn eines Schuljahres kontrolliert die Polizei regelmäßig vor den Grundschulen einer Stadt die Einhaltung der zulässigen Höchstgeschwindigkeit. Je nach Höhe der Geschwindigkeitsüberschreitung werden die „Temposünder“ in fünf Gruppen a bis e eingeteilt. Die Auswertung der Daten ergibt folgende Übersicht:

Gruppe	„Temposünder in %“	fälliger Betrag in €
a	45	15
b	25	25
c	5	35
d	15	50
e	10	60

Die Temposünder werden angehalten. Dabei werden auch die Fahrzeugpapiere überprüft. Unabhängig von der Höhe der Geschwindigkeitsüberschreitung können im Mittel 20% der Schnelfahrer diese nicht vorweisen. (Abitur 2005 SII)

9.1 Die Zufallsgröße X gibt den zu zahlenden Geldbetrag eines zufällig herausgegriffenen Temposünders an. Berücksichtigen Sie, dass im Falle fehlender Fahrzeugpapiere zusätzlich 10€ zu bezahlen sind.

Erstellen Sie eine Wertetabelle der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X . 

9.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 40€ zu bezahlen sind. 

9.3 Berechnen Sie, welchen durchschnittlichen Betrag ein Temposünder zahlen muss. 

9.4 Für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E gilt $P(E) = P(15 < X \leq 50)$.

Ermitteln Sie $P(E)$ und beschreiben Sie das Ereignis mit Worten. 

10.0 Die Hochschule hat einen Eingangstest in Mathematik abgehalten, an dem genau 500 Studienanfänger aller Fachrichtungen teilgenommen haben. Die Notenverteilung ergibt sich aus der folgenden Tabelle, in der a , b und c entsprechende Konstanten darstellen:

Noten	1	2	3	4	5	6
Anzahl Prüflinge	a	b	167	122	b	c

Die Zufallsgröße Y gibt die Note eines beliebig herausgegriffenen Prüflings an. Für diese Zufallsgröße gilt: Der Erwartungswert $E(Y)$ beträgt 3,0 und die Varianz $\text{Var}(Y)$ ist gleich 1,7. (Abitur 2006 SII)

10.1 Zeigen Sie zunächst, dass sich aus den obigen Angaben folgendes lineare Gleichungssystem (LGS) herleiten lässt: 

(I) $a + 2b + c = 211$

(II) $a + 7b + 6c = 511$

(III) $a + 29b + 36c = 1895$

10.2 Berechnen Sie nun aus dem LGS die Konstanten a , b und c . 
(Ergebnis: $a = 99$; $b = 52$; $c = 8$)

10.3 Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße Y an und zeichnen Sie ein zugehöriges Histogramm. ○

10.4 Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Zufallswerte innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert $E(Y)$ liegen. Schraffieren Sie anschließend im Histogramm von Teilaufgabe 10.3 die zugehörige Fläche. ☒

11.0 Der Mathematiklehrer einer größeren Klasse hat durch Beobachtungen über einen längeren Zeitraum bemerkt, dass ab und zu einige Schüler ihre Hausaufgaben zum fälligen Termin nicht gemacht haben. Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Schüler dieser Klasse an, die zu einem beliebigen Termin die Mathematik Hausaufgabe nicht erledigt haben. Dabei ergibt sich mit den Parametern $a, b, c \in \mathbb{R}$ folgende Verteilung (andere Zufallswerte treten nicht auf): (Abitur 2007 SI)

x	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	a	b	0,2	$b+c$	c	0,1	0,05

11.1 Berechnen Sie die Parameter a , b und c , wenn im Durchschnitt 3 Schüler ihre Hausaufgaben nicht gemacht haben und $P(X \leq 3) = 0,65$ ist. Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X geeignet graphisch dar. ☒
(Teilergebnis: $a = 0,05$; $b = 0,1$)

11.2 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallswerte innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. ☒

12.0 In einer Zulassungsstelle werden Fahrzeuge in fünf Leistungsklassen erfasst. Die Zufallsgröße X gibt die Leistungsklasse eines zufällig ausgewählten Fahrzeugs an. Mit den Parametern $a, b \in \mathbb{R}$ ergibt sich folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung: (Abitur 2009 SI)

X	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	a	b	0,18	0,13	0,14

12.1 Berechnen Sie a und b für den Fall, dass für den Erwartungswert $E(X)$ gilt: $E(X) = 2,48$. ☒
(Teilergebnis: $a = 0,38$)

12.2 Zeichnen Sie ein Histogramm der Wahrscheinlichkeitsverteilung. ○

12.3 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der die Zufallswerte innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. Schraffieren Sie die zu dieser Wahrscheinlichkeit gehörende Fläche im Histogramm von 12.2. ☒

- 13.0 Lord Grips setzt beim Roulette immer nur auf das Ereignis „Zahl aus dem ersten Dutzend“, das heißt, seine Gewinnwahrscheinlichkeit beträgt bei jedem Spiel $p_G = 12/37$.

Lord Grips setzt nun dreimal nacheinander den gleichen Einsatz e auf „Zahl aus dem ersten Dutzend“. Falls er in einem Spiel gewinnt, beträgt sein Reingewinn $2e$, andernfalls geht sein Einsatz verloren ($-e$). Die Zufallsgröße X gibt den Gesamtgewinn für alle drei Spiele in Euro an. (Abitur 2009 SII)

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X lässt sich mit Hilfe folgender Tabelle angeben:

x	$-3e$	0	$3e$	$6e$
$P(X = x)$				

- 13.1 Übernehmen Sie die Tabelle und ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten der Zufallswerte z.B. mit Hilfe eines Baumdiagramms auf 4 Nachkommastellen. 

- 13.2 Setzen Sie nun $e = 100$ und berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$ sowie die zugehörige Standardabweichung. 

- 14.0 Der Campingplatzbetreiber hat nun die Plätze je nach Lage in die drei Qualitätsstufen A, B und C unterteilt. In jeder Lage kann der Platz mit (S) oder ohne ($\bar{S}$) Stromanschluss gewählt werden. Die Zufallsgröße X gibt die Nummer der Kategorie des gebuchten Platzes an. Auf Grund langjähriger Aufzeichnungen geht er von folgender Wahrscheinlichkeitsverteilung mit den Parametern $a, b \in \mathbb{R}$ aus: (Abitur 2010 SI)

	$A\bar{S}$	AS	$B\bar{S}$	BS	$C\bar{S}$	CS
x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	0	0,15	0,03	0,21	a	b

- 14.1 Berechnen Sie die Werte der Parameter a und b , wenn $E(X) = 4,8$ gilt. 

- 14.2 In einer Aktionswoche werden die Stellplatzkosten pro Tag auf 10 € für einen Stellplatz der Lage A, 14 € für Lage B und 18 € für Lage C festgesetzt. Der Stromanschluss ist dabei nicht enthalten. Die Kosten für einen Stromanschluss sind unabhängig von der Wahl des Stellplatzes jeweils gleich und sollen so festgelegt werden, dass der Besitzer bei täglich 50 belegten Stellplätzen durchschnittlich 880 € einnimmt. Berechnen Sie, was ein Stromanschluss pro Tag unter diesen Bedingungen für den Urlauber kostet. 

- 15.0 30 Linkshänder unterziehen sich einem Reaktionstest, bei welchem sie mit der rechten Hand beim Auftreten eines Ereignisses eine Taste betätigen. Folgende Tabelle zeigt, mit den Parametern $a, b \in \mathbb{R}$, die gemessenen und auf Zehntelsekunden gerundeten Reaktionszeiten der Versuchspersonen: (Abitur 2012 SI)

Reaktionszeit in s	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
Anzahl der Personen	a	6	b	a	3

- 15.1 Berechnen Sie die Werte a und b, wenn bekannt ist, dass genau 21 Versuchspersonen höchstens 0,6 s Reaktionszeit benötigen. 
(Teilergebnis: $b = 9$)
- 15.2 Die Zufallsgröße X gibt die Reaktionszeit einer zufällig herausgegriffenen Versuchsperson an.
Erstellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X und stellen Sie sie geeignet graphisch dar. 
- 15.3 Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Zufallswerte innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. 
- 16.0 Der Marktleiter eines Discounters beobachtet an einem Tag das Kaufverhalten der Kunden bezüglich der Aktionsartikel. Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der gekauften Aktionsartikel pro Kunde an. Bei Verwendung geeigneter Parameter $a, b \in \mathbb{R}$ gilt hierfür folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung: (Abitur 2012 SII)

x	0	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0,1	a	2a	4a + b	0,1	b

- 16.1 Berechnen Sie die Werte a und b, wenn die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als 3 Artikel gekauft werden, 40 % beträgt. 
(Teilergebnis: $a = 0,1$)
- 16.2 Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X geeignet graphisch dar. 
- 16.3 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallswerte außerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. 
- 17.0 In der Touristenklasse wird Gepäck bis maximal 20 kg pro Fluggast kostenlos befördert. Für je 2 angefangene kg, die über 20 kg hinausgehen, wird eine Gebühr von 12 € verlangt. Folgende Tabelle gibt die Wahrscheinlichkeiten für die Gewichtsverteilung der Gepäckstücke in kg an: (Abitur 2013 SI)

Gewicht m	≤ 20	$20 < m \leq 22$	$22 < m \leq 24$	$24 < m \leq 26$	$26 < m \leq 28$
Wahrscheinlichkeit	0,7	0,05	0,12	0,08	0,05

- 17.1 Die Zufallsgröße X gibt die anfallenden Gepäckkosten pro Person an. Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X in tabellarischer Form und geeignet graphisch dar. 

17.2 Untersuchen Sie, ob die Kosten für ein Gepäckstück mit $m = 24$ noch innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. 

18.0 Für eine Bestellung fallen Zusatzkosten (Vorverkaufsgebühr und Porto/Versand) in € gemäß folgender Tabelle an: (Abitur 2013 SII)

Vorverkaufsgebühr	5	4	3	2	3	2	2
Porto/Versand	2	2	2	2	0	1	0
Kundenanteil in %	5	20	25	10	15	5	20

Die Zufallsgröße X gibt die Zusatzkosten einer zufällig herausgegriffenen Bestellung an.

18.1 Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X in Tabellenform an und stellen Sie sie in Form eines Histogramms graphisch dar. 

18.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 3,50 €, aber höchstens 6,00 € an Zusatzkosten anfallen. 

18.3 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der die Zufallswerte innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen und interpretieren Sie den Erwartungswert im Sinne der vorliegenden Thematik.

Schraffieren Sie im Histogramm aus Teilaufgabe 18.1 die Fläche, die zur oben berechneten Wahrscheinlichkeit gehört. 

19 Es werden fünf Auftritte des Models Eva betrachtet und die Zufallsgröße X gibt die

Anzahl der von Eva getragenen Kleider der Marke A an ($P(A) = \frac{1}{3}$).

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Werte der Zufallsgröße innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegt. (Abitur 2014 SI) 

20 Das Monatsgehalt Y der Vorjahressiegerin der Casting-Show kann als Zufallsgröße mit folgender Wahrscheinlichkeitsverteilung aufgefasst werden:

y in €	1000	2000	3000	10000	12000
$P(Y = y)$	0,15	0,3	0,4	0,1	0,05

Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung geeignet graphisch dar und untersuchen Sie rechnerisch, ob das Model mit einem festen Monatsgehalt von 3540 € auf lange Sicht mehr verdienen würde. (Abitur 2014 SI) 

- 21.0 Zu Werbezwecken legt der Onlineshop jeder Bestellung eines Holzkohlegrills einzeln verpackte Grillanzünder-Würfel bei. Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl dieser Würfel an, die Kunden gemäß einer Online-Befragung pro „Start“ ihres Grills verbrauchen. Es ergibt sich folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung mit den noch zu bestimmenden Parametern $a, b \in \mathbb{R}$: (Abitur 2014 SII)

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	$a - 0,85$	$0,10$	$a \cdot b$	$2b$	$0,15$

- 21.1 Bestimmen Sie die Parameter a und b , wenn bekannt ist, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 45% maximal zwei Würfel verwendet werden. 
(Teilergebnis: $b = 0,20$)
- 21.2 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der verbrauchten Würfel innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. 

- 22.0 Ein Medikament wird in zwei Varianten (normal und plus) sowie in drei verschiedenen Packungsgrößen ($N1$, $N2$ und $N3$) angeboten. Der Verkaufspreis in Euro wird als Zufallsgröße X aufgefasst. Dabei ergibt sich mit $a, b \in \mathbb{R}$ folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung: (Abitur 2015 SI)

Art	$N1$	$N1plus$	$N2$	$N2plus$	$N3$	$N3plus$
x	5	7	9	12	22	28
$P(X = x)$	$0,1$	a	b	$b - 0,05$	$a + 0,15$	$2a$

- 22.1 Bestimmen Sie die Werte von a und b , wenn $E(X) = 18,48$ gilt, und stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung in einem Histogramm dar. 
(Teilergebnis: $a = 0,16$)
- 22.2 Berechnen Sie mit den Werten a und b aus Aufgabe 22.1, mit welcher Wahrscheinlichkeit sich die Zufallswerte um mehr als die einfache Standardabweichung vom Erwartungswert unterscheiden und schraffieren Sie die zugehörige Fläche im Histogramm von 22.1. 

23.0 Die zwei Freundinnen Anna und Eva besuchen das örtliche Volksfest. Im Festzelt wird ein besonderes Glücksspiel angeboten:
Gegen eine Teilnahmegebühr von 2,00 € kann bis zu zweimal an einem Glücksrad gedreht werden. Das Glücksrad hat 36 Sektoren, davon sind 18 Sektoren rot (r), 12 gelb (g) und 6 schwarz (s). Wenn der Spieler ein rotes Feld trifft, darf er kein zweites Mal drehen. Trifft der Spieler zweimal ein gelbes oder schwarzes Feld, so erhält er seinen Einsatz zurück. Trifft der Spieler jedoch beim ersten Drehen die Farbe Gelb und im zweiten die Farbe Schwarz, so bekommt er eine Getränkemarke von 9 €. Trifft der Spieler hingegen beim ersten Mal ein schwarzes Feld und beim zweiten Mal ein gelbes Feld, so erhält er zwei Getränkemarken im Wert von insgesamt 18 €. In allen anderen Fällen geschieht keine Auszahlung. (Abitur 2015 SII)

23.1 Die Zufallsgröße X beschreibt den Reingewinn, den der Festwirt durch ein Spiel des Glücksspiels erhält. Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X in tabellarischer Form und geeignet graphisch dar. ○

23.2 Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Zufallsgröße X und interpretieren Sie den Erwartungswert im Sinne der vorliegenden Thematik. ○

23.3 Anna und Eva spielen insgesamt zehnmal.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

E_3 : „Gelb/Gelb erscheint nur genau beim vierten und fünften Spiel.“

E_4 : „Beim ersten und letzten Spiel erscheint Rot, dazwischen genau dreimal Gelb/Gelb und zwar jeweils hintereinander.“ ⊗

24.0 Ein Pharmakonzern führt eine Untersuchung über die Wirksamkeit des Grippemittels G durch. Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Tage bis zur vollständigen Genesung bei Einnahme des Medikaments G an. Dabei ergibt sich mit $a, b \in \mathbb{R}$ folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:

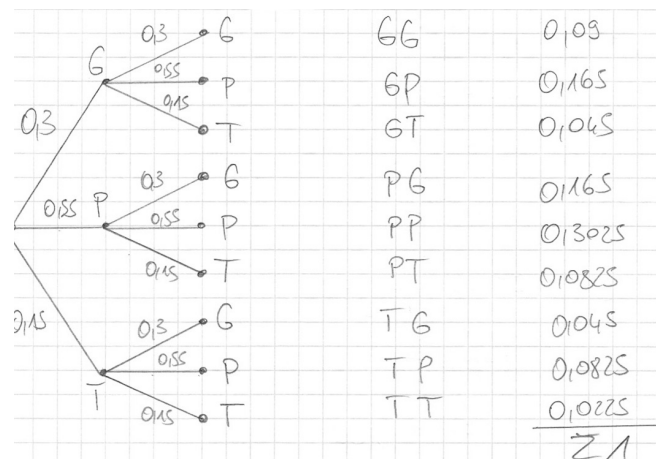
x	4	5	6	7	8	9
$P(X=x)$	a	$b - 2a$	0,4	b	0,15	$2a$

(Abitur 2016 SI)

24.1 Bestimmen Sie die Parameter a und b , wenn die vollständige Genesung im Durchschnitt nach 6,6 Tagen eintritt. ⊗
(Teilergebnis: $a = 0,05$)

24.2 Berechnen Sie mit den Werten von a und b aus Teilaufgabe 24.1 $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)$. ⊗

25.0 Am Pausenstand einer Schule werden Kaltgetränke in Glasflaschen (G), Plastikflaschen (P) und Tetrapaks (T) angeboten. Die Bestimmung des wöchentlichen Kaufverhaltens eines zufällig herausgegriffenen Schülers, der zwei Kaltgetränke pro Woche kauft, wird als Zufallsexperiment aufgefasst. Es ergibt sich nachfolgendes vollständiges Baumdiagramm mit den Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse. Eine Glasflasche kostet 10 Cent Pfand, eine Plastikflasche 15 Cent und ein Tetrapak ist pfandfrei. Die Zufallsgröße X gibt in Euro an, wie viel Pfand ein zufällig herausgegriffener Schüler in einer Woche gezahlt hat. (Abitur 2016 SII)

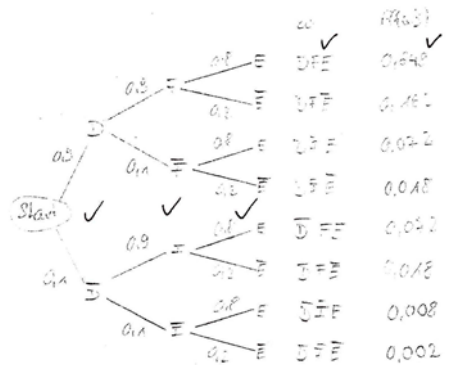


25.1 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X in Tabellenform. ☐

25.2 Berechnen Sie, wie viel Pfand ein Schüler erwartungsgemäß in einem Schuljahr zahlt. ☐
Gehen Sie dabei von 38 Schulwochen aus.

25.3 Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit der gezahlte wöchentliche Pfandbetrag um maximal 10 Cent vom Erwartungswert abweicht. ☒

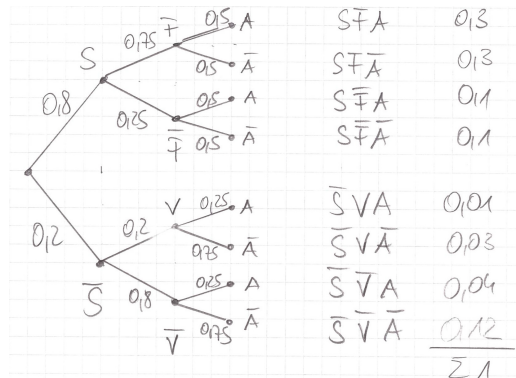
- 26.0 Vor einem Tennisturnier werden die verwendeten Tennisbälle hinsichtlich der Qualität geprüft. Aus Erfahrung weiß man, dass 90 % der Bälle den richtigen Durchmesser aufweisen (D), 10 % Fehler in der Form ($\bar{D}$) sowie 20 % Fehler in der Elastizität ($\bar{E}$) zu beklagen sind. Alle Fehler treten unabhängig voneinander auf. Im Zufallsexperiment wird ein beliebig ausgewählter Ball auf die drei möglichen Fehler untersucht.



Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Fehler eines Balles an. Es treten nur die drei oben genannten Fehler mit ihren zugehörigen Wahrscheinlichkeiten auf.
(Abitur 2017 SI)

- 26.1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X . ○
- 26.2 Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Zufallswerte um höchstens die einfache Standardabweichung vom Erwartungswert abweichen. ⊗

27.0 Die Fluggesellschaft TransAir bietet ihren Fluggästen neben den Standardmenüs (S) auch vegetarische Menüs ($\bar{S}$) an. Es werden nun die Fluggäste betrachtet, die tatsächlich essen und trinken. Diese Passagiere entscheiden sich zu 80 % für den Menütyp S und von diesen wählen 75 % Fleisch (F), der Rest Fisch ($\bar{F}$). Von denen, die den Menütyp $\bar{S}$ bevorzugen, entscheiden sich ein Fünftel für vegane Kost (V), der Rest für nicht vegane Kost ($\bar{V}$). Alle Fluggäste haben ferner die Wahlmöglichkeit zwischen einem alkoholischen Getränk (A) und einem alkoholfreien Getränk ($\bar{A}$). Wählt ein Fluggast ein Standardmenü, so entscheidet er sich zu 50 % für ein alkoholisches Getränk, ansonsten nur zu 25 %. Die Entscheidung eines zufällig ausgewählten Passagiers für Menütyp, Speise und Getränk wird als Zufallsexperiment aufgefasst.



Von den oben beschriebenen Menüvarianten ist nur die vegetarische Kost mit einem alkoholfreien Getränk ohne Aufpreis erhältlich. Für ein Standardmenü wird ein Aufpreis von 3 € und für ein alkoholisches Getränk ein Aufpreis von 2 € erhoben. Die Zufallsgröße X beschreibt den möglichen Aufpreis in €. Dann lautet die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X:

x	0	2	3	5
P(X=x)	0,15	0,05	0,4	0,4

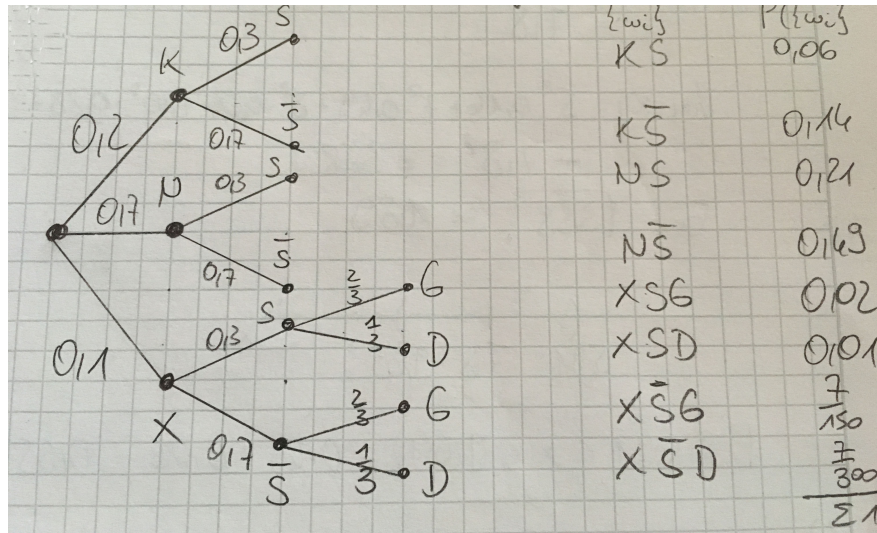
(Abitur 2017 SII)

27.1 Begründen Sie die Richtigkeit der angegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilung. ☐

27.2 Berechnen Sie den durchschnittlich zu zahlenden Aufpreis sowie die Standardabweichung von X. ☐

27.3 Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X in einem Histogramm dar und tragen Sie auch die Ergebnisse von 27.2 sinnvoll darin ein. ☐

- 28.0 Von den Bestellvarianten (siehe Baumdiagramm) kostet die kleine Pizza 5 €, die Pizza in Normalgröße 7 € und die XXL-Variante 10 €. Ein Salat kostet 3 €. Die Zufallsgröße beschreibt die Kosten pro Bestellung. (Abitur 2018 SI)



- 28.1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X und stellen Sie diese geeignet graphisch dar. ○

- 28.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Kosten pro Bestellung innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. ⊗

- 29.0 Die Zufallsgröße X gibt die Tordifferenz bei den Spielergebnissen im Turnier an. Unter Vernachlässigung von Tordifferenzen größer als fünf ergibt sich mit den Parametern $a, b \in \mathbb{R}$ folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung: (Abitur 2018 SI)

x	0	1	2	3	4	5
P(X=x)	0,5	2b	a	5b-0,4	2a-0,24	0,02

- 29.1 Berechnen Sie die Parameter a und b, wenn $P(X \leq 2) = 0,84$ gilt und stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung in einem Histogramm dar. ⊗
(Teilergebnis: $a = 0,14$)

- 29.2 Berechnen Sie mit den Werten für a und b aus Aufgabe 29.1, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Zufallswerte von X innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. ⊗

30.0 Entscheiden Sie begründet, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. 

30.1 Die Varianz einer Zufallsgröße kann auch negativ sein.

30.2 Der Erwartungswert einer Zufallsgröße kann auch negativ sein.

30.3 Die Varianz einer Zufallsgröße bezieht sich immer auf den zugehörigen Erwartungswert.

30.4 Die Standardabweichung einer Zufallsgröße ist immer kleiner als die zugehörige Varianz.

30.5 Je größer der Erwartungswert ist, desto größer ist auch die Varianz.

31.0 Nachfolgend finden Sie einen Auszug aus der Preisliste eines Friseursalons:

DAMEN			
▪ Schnitt	EUR 16,00		
▪ Waschen, Schneiden	EUR 23,00		
▪ Waschen, Schneiden, Föhnen	EUR 34,50	5 % Rabatt auf Komplettpaket: Waschen, Schneiden, Färben, Föhnen!	
▪ Waschen, Föhnen	EUR 18,50		
HERREN			
▪ Schnitt	EUR 12,00		
▪ Waschen, Schneiden	EUR 18,50		
KOLORATION			
▪ Farbe	EUR 26,50		

In einer groß angelegten Umfrage unter den weiblichen Kunden des Salons wurde festgestellt, wie häufig zum Haarschneiden (S) die Zusatzleistungen Waschen (W), Föhnen (F) und Kolorieren (K) gewünscht werden.

Folgende Tabelle gibt die Wahrscheinlichkeiten für die Wahl von Dienstleistungen an. In dieser ist berücksichtigt, dass zum Kolorieren die Zusatzleistung Waschen gewählt werden muss und Föhnen nur in Kombination mit Waschen gewählt werden kann. (Abitur 2019 Teil 2 SII)

ω	S	WS	WSF	WSK	WSKF
$P(\{\omega\})$	0,15	0,2	0,35	0,06	0,24

Die Zufallsgröße X gibt den Betrag in Euro an, den eine Kundin für die gewählten Dienstleistungen bei einem Besuch im Friseursalon bezahlt.

31.1 Erstellen Sie mithilfe der Preisliste eine vollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X. Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße X und interpretieren Sie ihn im Sachzusammenhang. Runden Sie Ihre Ergebnisse gegebenenfalls auf ganze Cent. 

31.2 Der Friseursalon hat pro Monat (u.a. für Wasser, Strom, Gehaltszahlungen und Miete) Ausgaben in Höhe von 7500 €. Pro Tag ist durchschnittlich mit 15 Kundinnen und 8 Kunden zu rechnen. Letztere bezahlen im Durchschnitt 14,50 € beim Verlassen des Friseursalons. Entscheiden Sie durch Rechnung unter Berücksichtigung der Ergebnisse von Aufgabe 31.1, ob die Inhaberin die Preise erhöhen sollte, wenn ein monatlicher Gewinn von 6500 € erzielt werden soll. Ein Monat hat durchschnittlich 21 Arbeitstage. 

32.0 Nach Ihrem Studium arbeiten Sie in einer Süßwarenfabrik, in der Sie unter anderem für die Qualitätssicherung zuständig sind. In der Fabrik werden auch Schokoladentafeln á 100 g hergestellt. In der Qualitätskontrolle wird eine Tafel auf ihr Sollgewicht hin überprüft. Die Zufallsgröße X gibt das gemessene Gewicht in Gramm an. In folgender Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dargestellt. Durchschnittlich wiegt eine Tafel 99,94 g. (Abitur 2020 Teil 2 SI)

x	98,5	99	100	101	101,5
$P(X = x)$	0,05	0,10	0,75	0,07	0,03

32.1 Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit das Gewicht einer zufällig herausgegriffenen Tafel Schokolade innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegt. 

32.2 Ein Defekt in der Abfüllanlage der Schokoladenmasse erhöht die Gewichtsschwankungen bei den Tafeln. Die Zufallsgröße Y gibt an, wie viel Gramm das Gewicht einer Tafel von ihrem Sollgewicht abweicht. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y ist in folgender Tabelle dargestellt.

y	4 g zu leicht	2 g zu leicht	0 g	2 g zu schwer	4 g zu schwer
$P(Y = y)$	0,30	0,20	0,35	0,10	0,05

Bis zur Reparatur der Anlage soll die Maschine so eingestellt werden, dass das Durchschnittsgewicht einer Tafel 100 g beträgt.

Berechnen Sie den Wert für die einzustellende Gewichtsvorgabe der Abfüllanlage. 

33.0 Ein Großhändler für Saatgut verkauft Säcke verschiedener Sorten von Samenkörnern. Erfahrungsgemäß handelt es sich bei 15 % der verkauften Säcke um Saatgut für Viehweide (V). Säcke mit Samen für Sommerroggen (S) werden viermal so oft verlangt wie die mit Weißklee (W). Weißklee und Grasmischung (G) machen die Hälfte der verkauften Säcke aus. Nur 3 % sind Säcke mit Samen für Blumenwiese (B). Die Preise pro Sack können nachfolgender Preisliste entnommen werden. (Abitur 2020 Teil 2 SII)

Sorte	Preis pro Sack
Viehweide	32,00 €
Sommerroggen	26,00 €
Weißklee	30,00 €
Grasmischung	28,50 €
Blumenwiese	20,00 €

33.1 Die Zufallsgröße X gibt den Preis pro verkauftem Sack in Euro an. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X . 

(Teilergebnis: $P(W) = 0,08$)

- 33.2 Berechnen Sie – unter Verwendung von Aufgabe 33.1 – den durchschnittlich zu erwartenden monatlichen Gewinn durch den Verkauf des Saatguts, wenn bekannt ist, dass der Großhändler pro Monat 120 Säcke Saatgut verkauft und ihm 30 % vom Verkaufspreis als Gewinn bleiben. 
- 34 Ein Landwirt kauft einen Sack der neuen Kleemischung, welche zu 85 % keimt und sät 200 Samenkörner auf einem kleinen frischgepflügten Teil einer seiner Wiesen aus. Die Zufallsgröße Y gibt die Anzahl der keimenden Samen an. Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Anzahl der keimenden Samen innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegt. (Abitur 2020 Teil 2 SII) 
- 35 Für eine Zufallsgröße X ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung mit $a, b \in \mathbb{R}$ durch folgende Tabelle vollständig gegeben.

x	5	7	8
$P(X = x)$	a	b	$2a$

Zeigen Sie mithilfe einer geeigneten Rechnung, dass für den Erwartungswert der Zufallsgröße gilt: $E(X) = 7$. (Abitur 2020 Nachtermin Teil 1) 

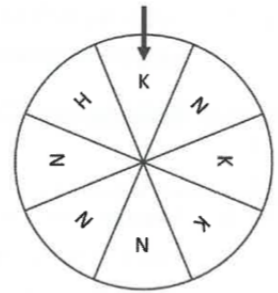
- 36 Anlässlich des zehnjährigen Jubiläums bietet der Restaurantbesitzer an einem Wochenende eine Rabattaktion für Burgermenüs an. Jeder Gast, der ein Burgermenü bestellt, darf am abgebildeten Glücksrad drehen und bestimmt damit seinen Rabatt. Die regulären Preise der Menüs sind in folgender Tabelle dargestellt. Erfahrungsgemäß wählen 20 % der Gäste ein vegetarisches Menü und 80 % ein Menü mit einem Burger mit Fleisch.

Vegetarischer Burger + Beilage + alkoholfreies Getränk	12 €
Burger mit Fleisch + Beilage + alkoholfreies Getränk	14 €



Die Zufallsgröße X gibt den Preis eines Burgermenüs nach Abzug des Rabatts an. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X und ermitteln Sie damit den zugehörigen durchschnittlichen Preis eines Burgermenüs an diesem Wochenende. 

- 37.0 Bei einem Gewinnspiel wird nebenstehendes Glücksrad gedreht, bei dem die einzelnen Kreissektoren gleich groß sind. Diesem Zufallsexperiment wird der Ergebnisraum $\Omega = \{H; K; N\}$ zugrunde gelegt. Dabei steht H für den Hauptgewinn, K für einen Kleingewinn und N für eine Niete. (Abitur 2021 Teil 1)



- 37.1 Vier Personen drehen jeweils einmal am Glücksrad. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass keiner von ihnen eine Niete erzielt.
- 37.2 Für einen Einsatz von 2 € darf man einmal am Glücksrad drehen. Für einen Hauptgewinn erhält der Teilnehmer 7 € und für einen Kleingewinn 3 € ausbezahlt. Bei einer Niete verfällt der Einsatz. Berechnen Sie den Erwartungswert für die Zufallsgröße X: „Auszahlung in Euro“ und interpretieren Sie das Ergebnis im Zusammenhang mit dem Einsatz.
- 38.0 Für eine Zufallsgröße X ist die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung mit $a, b \in \mathbb{R}$ durch folgende Tabelle vollständig gegeben:

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	a	b-a	0,2	b	0,08	0,02

(Abitur 2021 SI)

- 38.1 Bestimmen Sie die Werte für die Parameter a und b, wenn $E(X) = 3,12$ gilt. (Teilergebnis: $a = 0,1$)
- 38.2 Die Lieferzeiten für die Möbel des Schreiners sind abhängig von verschiedenen Faktoren, wie z.B. Auftragslage und Bestellumfang. Der Schreiner hat sich über die Jahre hinweg die Lieferzeiten ab Auftragseingang notiert, um möglichst genaue Angaben zu den Lieferzeiten machen zu können. Die unter 38.0 aufgeführte Wahrscheinlichkeitsverteilung mit den unter 38.1 bestimmten Werten für a und b beschreibt die Lieferzeiten für die Möbel innerhalb der letzten Jahre. Die Zufallsgröße X gibt die Lieferzeit ab Bestelldatum in vollen Wochen an. Lieferzeiten von mehr als sechs Wochen kamen bisher nicht vor. Interpretieren Sie den Erwartungswert von X im Sachzusammenhang und ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
- E₁: „Die Lieferzeit beträgt höchstens vier Wochen.“
E₂: „Bei genau drei von neun Bestellungen erfolgt die Lieferung der Möbel innerhalb einer Woche.“
E₃: „Bei zehn nacheinander eingegangenen Bestellungen erfolgt nur bei der letzten die Lieferung der Möbel erst in der sechsten Woche, alle anderen erfolgen früher.“

- 39.0 Zu Werbezwecken werden für die neue Eisdiele am Abenteuerspielplatz Eisgutscheine ausgegeben. Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl an Gratis-Eiskugeln an, die beim Einlösen eines Eisgutscheins ausgegeben werden. Es ergibt sich folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung mit den noch zu bestimmenden Parametern $a, b \in \mathbb{R}$.

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	$a - 2b$	0,3	a	b	0,1

Es zeigt sich, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 45 % maximal zwei Eiskugeln beim Einlösen eines Eisgutscheins ausgegeben werden.

- 39.1 Weisen Sie nach, dass gilt: $b = 0,1$. Bestimmen Sie außerdem den Wert von a . 

- 39.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der die Zufallswerte von X innerhalb der eineinhalbfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen und interpretieren Sie den Erwartungswert im Sinne der vorliegenden Thematik. 

- 40.0 In Deutschland gibt es rund 560 Wildbienenarten. Eine Fachoberschule im Allgäu zählt ein Schuljahr lang Wildbienen im Schulgarten. Insgesamt zählen die Schüler 248 Wildbienen, die hinsichtlich der Länge in sechs Gruppen eingeteilt werden. Die Zufallsgröße X gibt die Nummer der jeweiligen Gruppe an. Es ergibt sich folgende Tabelle:

Gruppe	1	2	3	4	5	6
Länge in mm	$[3;7[$	$[7;11[$	$[11;15[$	$[15;19[$	$[19;23[$	$[23;27]$
Anzahl der Bienen	12	25	87	75	37	12

- 40.1 Erstellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X in tabellarischer Form auf zwei Nachkommastellen gerundet und zeichnen Sie ein dazugehöriges Histogramm. 

- 40.2 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X < 6)$ und interpretieren Sie diese im vorliegenden Sachzusammenhang. 

- 40.3 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Werte der Zufallsgröße X innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen und markieren Sie diese Wahrscheinlichkeit im Histogramm von Teilaufgabe 40.1. 

- 41 Für ein Glücksspiel wird eine gezinkte Münze verwendet, bei der „Kopf“ mit der Wahrscheinlichkeit 40 % fällt. Man zahlt 4 € Einsatz und wirft dreimal die Münze. Fällt dreimal Kopf, werden 20 € ausbezahlt. Wenn immer abwechselnd Kopf und Zahl auftreten, erhält man 10 €. Sonst erfolgt keine Auszahlung. Prüfen Sie, ob das Spiel für den Spieler günstig, fair oder ungünstig ist. 
(Abitur 2022 SI)

42.0 Für eine Zufallsgröße X ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung mit $a, b \in \mathbb{R}$ durch folgende Tabelle vollständig gegeben:

X	0	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	a	$2b$	b	0,1	0,1	0,04

(Abitur 2022 SII)

42.1 Bestimmen Sie die Werte der Parameter a und b , wenn der Erwartungswert von X gleich 1,7 ist. 
(Teilergebnis: $b = 0,2$)

42.2 Die Blumensorte Tulpe erzeugt während ihres Wachstums sogenannte Tochterzwiebeln, die ihrerseits wieder zur Entstehung weiterer Tulpen führen. Die unter 42.0 aufgeführte Wahrscheinlichkeitsverteilung mit den unter Aufgabe 42.1 bestimmten Werten von a und b gibt an, welche Anzahl von Tochterzwiebeln mit welcher Wahrscheinlichkeit auftritt. Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Zufallswerte von X innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. 

43.0 Bei einem Glücksradspiel beträgt der Einsatz 2 €, maximal werden 5 € ausbezahlt. Die Zufallsgröße X gibt den Nettogewinn bei diesem Spiel (in Euro) an. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X kann mithilfe der Parameter $a, b \in \mathbb{R}$ wie folgt dargestellt werden:

X	-2	-1	0,5	1,5	3
$P(X = x)$	0,20	a	0,20	b	0,10

(Abitur 2023 Teil 1)

43.1 Erläutern Sie, was der Ausdruck „faires Spiel“ im Zusammenhang mit Glücksspielen bedeutet und nennen Sie eine Bedingung, die von der hier dargestellten Zufallsgröße X erfüllt werden muss, damit das beschriebene Glücksspiel fair ist. 

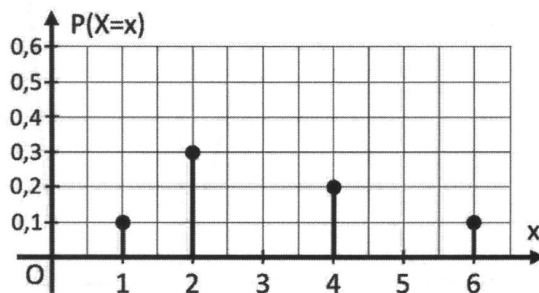
43.2 Berechnen Sie die Werte der Parameter a und b so, dass es sich bei diesem Glücksradspiel um ein faires Spiel handelt. 

- 44.0 Im Supermarkt befinden sich insgesamt drei Kassen. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der gleichzeitig besetzten Kassen während der Öffnungszeiten. Die folgende Tabelle zeigt die vollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung von X :

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0,05	0,45	0,35	0,15

(Abitur 2024 Teil 1)

- 44.1 Bestimmen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße X und interpretieren Sie den Wert im beschriebenen Sachzusammenhang. ☐
- 44.2 Die Varianz der Zufallsgröße X hat den Wert 0,64. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Werte der Zufallsgröße X innerhalb der einfachen Standardabweichung um ihren Erwartungswert liegen. ☒
- 45.0 Bei einem Zufallsexperiment wird ein gezinkter Würfel mit den Augenzahlen 1 bis 6 einmal geworfen. Die Zufallsgröße X gibt die gewürfelte Augenzahl an. Die unvollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ist in folgendem Stabdiagramm dargestellt. Es gilt: $P(X \leq 3) = 0,5$. (Abitur 2025 Teil 1)



- 45.1 Ermitteln Sie jeweils nachvollziehbar die Wahrscheinlichkeit, mit dem vorliegenden Würfel eine 5 zu würfeln. Vervollständigen Sie damit das Diagramm. ☐
(Teilergebnis: $P(X=5) = 0,2$)
- 45.2 Der gezinkte Würfel soll in einem Gewinnspiel eingesetzt werden, bei dem er einmal geworfen wird und die gewürfelte Augenzahl die Auszahlung pro Spiel in Euro angibt. Bestimmen Sie, welcher Einsatz pro Spiel verlangt werden muss, damit das Spiel fair ist. ☒

- 46.0 Beim Glücksspielgeschäft „Münzen Magic“ kann man für einen Einsatz von 3 € an einem Glücksspiel teilnehmen. Dabei wird eine Laplace-Münze mit den Seiten Wappen (W) und Zahl (Z) bis zu fünf Mal nacheinander geworfen. Erscheint beim ersten Mal Zahl, endet das Spiel sofort. Das Spiel wird ebenso beendet, wenn in zwei aufeinanderfolgenden Würfeln das gleiche Symbol erscheint. Spätestens nach fünf Würfeln endet das Spiel. (Abitur 2025 SI)
- 46.1 Bestimmen Sie für das vorliegende Zufallsexperiment mithilfe eines Baumdiagramms einen geeigneten Ergebnisraum. 
- 46.2 Erscheint zweimal nacheinander Wappen, so werden 4 € ausbezahlt. Wenn zweimal nacheinander Zahl erscheint, werden 8 € ausbezahlt. In allen anderen Fällen wird nichts ausbezahlt. Die Zufallsgröße X gibt die Höhe der Auszahlung pro Spiel in Euro an. Erstellen Sie eine vollständige tabellarische Darstellung der Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Zufallsgröße X und bestimmen Sie, um wie viel man den Einsatz von 3 € pro Spiel erhöhen bzw. verringern müsste, damit es sich um ein faires Spiel handelt. 
- 47.0 Um ihr Angebot kontinuierlich an die Nachfrage anzupassen, hat die Besitzerin eines Hundesalons die Zusammensetzung ihres vierbeinigen Kundenstamms und die Wahl von Pflegeleistungen über einen längeren Zeitraum analysiert. Sie unterscheidet zwischen Hunden, die pflegeintensiv (I) sind, da sie z.B. ein langes Fell haben oder größer als 60 cm sind, und weniger pflegeintensiven Hunden. Sie bietet zwei unterschiedliche Pflegepakete an: das kleine Pflegeprogramm „Badetag“ (B) und das große Pflegepaket „Komplettpflege“ (K). Zudem kann jeweils noch eine optionale Zahnpflege (Z) dazu gebucht werden. Bei 60 % ihrer vierbeinigen Kunden handelt es sich um pflegeintensive Hunde. Während sich drei Viertel der Besitzer eines pflegeintensiven Hundes für eine Komplettpflege entscheiden, wählen nur 35 % der Besitzer von weniger pflegeintensiven Hunden die Komplettpflege. Unabhängig davon, welches Pflegeprogramm gewählt wird, entscheidet sich ein Fünftel der Besitzer eines pflegeintensiven Hundes für eine zusätzliche Zahnpflege. Ebenfalls unabhängig vom gewählten Pflegeprogramm wird bei weniger pflegeintensiven Hunden in 70 % der Fälle keine Zahnpflege dazugebucht. Die Feststellung der Pflegeintensität eines zufällig ausgewählten Hundes zusammen mit der Wahl von Pflegeleistungen für diesen Hund wird als Zufallsexperiment betrachtet. (Abitur 2025 SII)
- 47.1 Bestimmen Sie unter Verwendung eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse des betrachteten Zufallsexperiments. 

47.2 Nachfolgend finden Sie die Preisliste des in 47.0 beschriebenen Hundesalons:

	weniger pflegeintensiv	pflegeintensiv
PFLEGEPAKETE		
• kleines Pflegepaket „Badetag“	40 €	60 €
• großes Pflegepaket „Komplettpflege“	70 €	90 €
ZUSATZLEISTUNGEN		
• Zahnpflege	20 €	30 €

Die Zufallsgröße X gibt den Betrag in Euro an, den der Besuch eines Hundes im Hundesalon aus 47.0 kostet.

Erstellen Sie eine vollständige tabellarische Darstellung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X . Berechnen Sie anschließend die durchschnittlichen Wocheneinnahmen des Hundesalons, wenn der Hundesalon von Montag bis Freitag geöffnet ist und die Besitzerin durchschnittlich vier Hunde pro Tag behandelt. 

Lösungen

$$1 \quad E(X) = 0 \cdot 0,0625 + 1 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,375 + 3 \cdot 0,25 + 4 \cdot 0,0625 = 2$$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot 0,0625 + 1^2 \cdot 0,25 + 2^2 \cdot 0,375 + 3^2 \cdot 0,25 + 4^2 \cdot 0,0625 = 5$$

$$\Rightarrow \text{Var}(X) = E(X^2) - \mu^2 = 5 - 2^2 = 1 \Rightarrow \sigma(x) = \sqrt{1} = 1$$

2.1

$$(I) \quad 20a + 5b + 2b + a = 1 \Rightarrow 21a + 7b = 1$$

$$(II) \quad 0 \cdot 20a + 1 \cdot 5b + 2 \cdot 2b + 3 \cdot a = 1 \Rightarrow 9b + 3a = 1$$

$$(I) \Rightarrow b = \frac{1}{7} - 3a$$

$$(I) \text{ in } (II): 9 \cdot \left(\frac{1}{7} - 3a\right) + 3a = 1 \Rightarrow -24a = -\frac{2}{7} \Rightarrow a = \frac{1}{84}$$

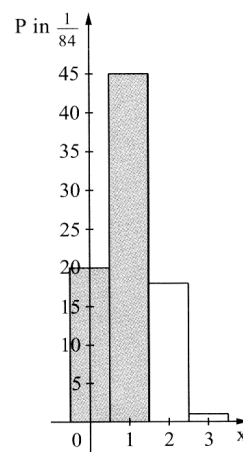
$$\Rightarrow b = \frac{3}{28}$$

2.2

x	0	1	2	3
P(X = x)	$\frac{20}{84}$	$\frac{45}{84}$	$\frac{18}{84}$	$\frac{1}{84}$

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$$

Histogramm



3

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$E(X) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5$$

$$E(X^2) = 1^2 \cdot \frac{1}{6} + 2^2 \cdot \frac{1}{6} + 3^2 \cdot \frac{1}{6} + 4^2 \cdot \frac{1}{6} + 5^2 \cdot \frac{1}{6} + 6^2 \cdot \frac{1}{6} = 15 \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \text{Var}(X) = 15 \frac{1}{6} - (3,5)^2 \approx 2,92 \Rightarrow \sigma(x) \approx 1,71$$

4.1 Zufallsgröße X ist der Gewinn

x_i	-1	9	99	499
$P(X = x_i)$	$\frac{990}{1000} = 0,99$	0,005	0,004	0,001

$$E(X) = -1 \cdot 0,99 + 9 \cdot 0,005 + 99 \cdot 0,004 + 499 \cdot 0,001 = -0,05$$

Es ist also ein durchschnittlicher Verlust von 5 Ct zu erwarten.

4.2

$$E(X^2) = (-1)^2 \cdot 0,99 + 9^2 \cdot 0,005 + 99^2 \cdot 0,004 + 499^2 \cdot 0,001 = 289,6$$

$$\Rightarrow \text{Var}(X) = 289,6 - (-0,05)^2 \approx 289,6 \Rightarrow \sigma(x) = \sqrt{289,6} \approx 17,02$$

4.3 Wahrscheinlichkeitsverteilung des Gewinns ohne Berücksichtigung des Einsatzes:

x_i	0	10	100	500
$P(X = x_i)$	$\frac{990}{1000} = 0,99$	0,005	0,004	0,001

$$E(X) = 0 \cdot 0,99 + 10 \cdot 0,005 + 100 \cdot 0,004 + 500 \cdot 0,001 = 0,95$$

Der Einsatz müsste 95 Ct betragen, damit die Tombola fair ist.

5.1 X ist die Anzahl der verdorbenen Fische;

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,1667	0,5	0,3	0,0333

$$P(X=0) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \approx 0,1667; \quad P(X=1) = 3 \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = 0,5$$

$$P(X=2) = 3 \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = 0,3; \quad P(X=3) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \approx 0,0333$$

5.2

$$E(X) = 0 \cdot 0,1667 + 1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,0333 \approx 1,20$$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot 0,1667 + 1^2 \cdot 0,5 + 2^2 \cdot 0,3 + 3^2 \cdot 0,0333 = 2$$

$$\Rightarrow \text{Var}(X) = 2 - (1,20)^2 = 0,56 \Rightarrow \sigma(x) \approx 0,75$$

6.1

$$(I) \quad a + 0,25 + 3b + 0,1 + b + 0,05 = 1 \Rightarrow a + 4b + 0,4 = 1$$

$$(II) \quad a + 0,25 + 3b = 0,8$$

$$(I) \Rightarrow a = 0,6 - 4b$$

$$a \text{ in } (II): 0,6 - 4b + 0,25 + 3b = 0,8 \Rightarrow b = 0,05$$

$$\Rightarrow a = 0,6 - 4 \cdot 0,05 = 0,4$$

6.2

$$E(X) = 0 \cdot 0,4 + 1 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,15 + 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,05 + 5 \cdot 0,05 = 1,3 = \mu$$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot 0,4 + 1^2 \cdot 0,25 + 2^2 \cdot 0,15 + 3^2 \cdot 0,1 + 4^2 \cdot 0,05 + 5^2 \cdot 0,05 = 3,8$$

$$\Rightarrow \text{Var}(X) = 3,8 - (1,3)^2 = 2,11 \Rightarrow \sigma(x) = \sqrt{2,11} \approx 1,45$$

Gesucht ist $P(|X - \mu| < \sigma)$;

$$\Rightarrow |X - 1,3| < 1,45 \Rightarrow -1,45 < X - 1,3 < 1,45 \Rightarrow -0,15 < X < 2,75$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(|X - 1,3| < 1,45) &= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \\ &= 0,4 + 0,25 + 0,15 = 0,8 \end{aligned}$$

7.1

$$(I) \quad 0,31 + b + 2b + a + a^2 = 1 \Rightarrow 3b + a + a^2 = 0,69$$

$$(II) \quad a + b = 0,35 \Rightarrow b = 0,35 - a$$

$$\Rightarrow 3(0,35 - a) + a + a^2 = 0,69 \Rightarrow a^2 - 2a + 1,05 = 0,69 \Rightarrow a^2 - 2a + 0,36 = 0$$

$$\Rightarrow a_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot 0,36}}{2} = \frac{2 \pm 1,6}{2}$$

$$\Rightarrow (a_1 = 1,8) \quad a_2 = 0,2$$

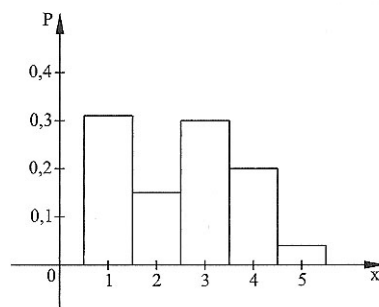
$$\Rightarrow b = 0,35 - 0,2 = 0,15$$

7.2

x	1	2	3	4	5
P(X = x)	0,31	0,15	0,30	0,20	0,04

Histogramm

$\Delta x = 1$



7.3

$$E(X) = 0,31 \cdot 0 + 0,15 \cdot 1800 + 0,30 \cdot 2300 + 0,20 \cdot 3200 + 0,04 \cdot k = 2000$$

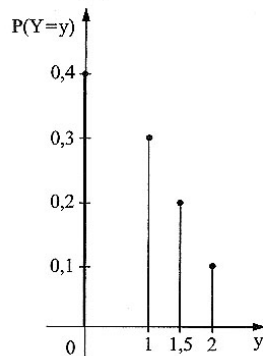
$$\Rightarrow 1600 + 0,04k = 2000 \Rightarrow k = 10000$$

8.1 $0,4 + 1,5a + a + 0,5a = 1 \Rightarrow 3a = 0,6 \Rightarrow a = 0,2$

Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße Y:

y	0	1	1,5	2
P(Y=y)	0,4	0,3	0,2	0,1

Stabdiagramm:



8.2

$$E(Y) = 0 \cdot 0,4 + 1 \cdot 0,3 + 1,5 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,1 = 0,8$$

$$P(Y > 0,8) = P(Y = 1) + P(Y = 1,5) + P(Y = 2) = 0,3 + 0,2 + 0,1 = 0,6$$

9.1

x	15	25	35	45	50	60	70
P(X = x)	$0,45 \cdot 0,8 = 0,36$	$0,45 \cdot 0,2 + 0,25 \cdot 0,8 = 0,29$	0,09	0,01	0,12	0,11	0,02

9.2 $P(X \geq 40) = 0,01 + 0,12 + 0,11 + 0,02 = 0,26$

9.3 $E(X) = 15 \cdot 0,36 + 25 \cdot 0,29 + 35 \cdot 0,09 + 45 \cdot 0,01 + 50 \cdot 0,12 + 60 \cdot 0,11 + 70 \cdot 0,02 = 30,25$

9.4

$$P(15 < X \leq 50) = 0,29 + 0,09 + 0,01 + 0,12 = 0,51$$

E: "Der fällige Betrag ist mehr als 15€, aber höchstens 50€"

10.1

y	1	2	3	4	5	6
P(Y = y)	$\frac{a}{500}$	$\frac{b}{500}$	$\frac{167}{500}$	$\frac{122}{500}$	$\frac{b}{500}$	$\frac{c}{500}$

$$(I) \quad \frac{a}{500} + \frac{b}{500} + \frac{167}{500} + \frac{122}{500} + \frac{b}{500} + \frac{c}{500} = 1 \Rightarrow a + b + 167 + 122 + b + c = 500$$

$$\Rightarrow a + 2b + c = 211$$

$$(II) \quad 1 \cdot \frac{a}{500} + 2 \cdot \frac{b}{500} + 3 \cdot \frac{167}{500} + 4 \cdot \frac{122}{500} + 5 \cdot \frac{b}{500} + 6 \cdot \frac{c}{500} = 3,0$$

$$\Rightarrow a + 2b + 501 + 488 + 5b + 6c = 1500 \Rightarrow a + 7b + 6c = 511$$

$$(III) \quad 1 \cdot \frac{a}{500} + 4 \cdot \frac{b}{500} + 9 \cdot \frac{167}{500} + 16 \cdot \frac{122}{500} + 25 \cdot \frac{b}{500} + 36 \cdot \frac{c}{500} - 3^2 = 1,7$$

$$\Rightarrow a + 4b + 1503 + 1952 + 25b + 36c - 4500 = 850$$

$$\Rightarrow a + 29b + 36c = 1895$$

10.2

$$(II) - (I): 5b + 5c = 300 \quad (IV)$$

$$(III) - (I): 27b + 35c = 1684 \quad (V)$$

$$7 \cdot (IV) - (V): 8b = 416 \Rightarrow b = 52$$

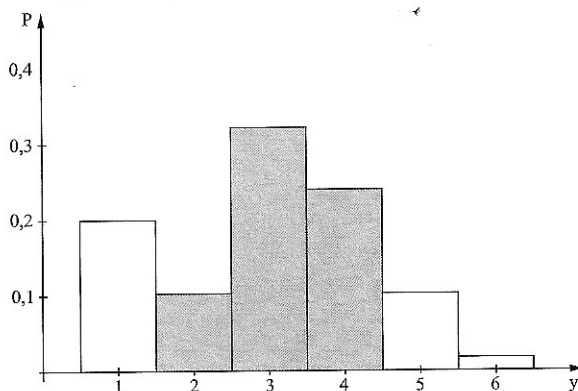
$$(IV) \Rightarrow 260 + 5c = 300 \Rightarrow c = 8$$

$$(I) \Rightarrow a + 104 + 8 = 211 \Rightarrow a = 99$$

10.3

y	1	2	3	4	5	6
P(Y = y)	0,198	0,104	0,334	0,244	0,104	0,016

Histogramm $\Delta y = 1$



10.4

$$\sigma = \sqrt{1,7} \approx 1,3$$

$$\Rightarrow P(3 - 1,3 < Y < 3 + 1,3) = P(1,7 < Y < 4,3) = P(Y = 2) + P(Y = 3) + P(Y = 4) =$$

$$= 0,104 + 0,334 + 0,244 = 0,682$$

11.1

$$(I) a+b+0,2+b+c+c+0,1+0,05=1 \Rightarrow a+2b+2c=0,65$$

$$(II) 0 \cdot a + 1 \cdot b + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot (b+c) + 4 \cdot c + 5 \cdot 0,1 + 6 \cdot 0,05 = 3$$

$$\Rightarrow 4b+7c=1,8$$

$$(III) P(X \leq 3) = 0,65 \Rightarrow a+b+0,2+b+c=0,65$$

$$\Rightarrow a+2b+c=0,45$$

$$(III) \Rightarrow a=0,45-2b-c$$

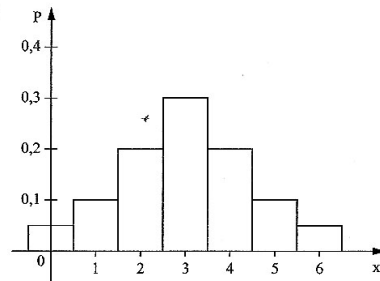
$$\text{in (I)} \Rightarrow 0,45-2b-c+2b+2c=0,65 \Rightarrow c=0,2$$

$$\text{in (II)} \Rightarrow 4b+7 \cdot 0,2=1,8 \Rightarrow b=0,1$$

$$\Rightarrow a=0,45-2 \cdot 0,1-0,2=0,05$$

x	0	1	2	3	4	5	6
P(X=x)	0,05	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1	0,05

z. B. Histogramm, $\Delta x = 1$:



11.2

$$\text{Var}(X) = 0 \cdot 0,05 + 1 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,2 + 9 \cdot 0,3 + 16 \cdot 0,2 + 25 \cdot 0,1 + 36 \cdot 0,05 - 3^2 = 2,1$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{2,1} = 1,45$$

$$\Rightarrow P(3-1,45 < X < 3+1,45) = P(1,55 < X < 4,45) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) =$$

$$0,2 + 0,3 + 0,2 = 0,7$$

12.1

$$(I) 1 \cdot a + 2 \cdot b + 3 \cdot 0,18 + 4 \cdot 0,13 + 5 \cdot 0,14 = 2,48$$

$$\Rightarrow a+2b=0,72$$

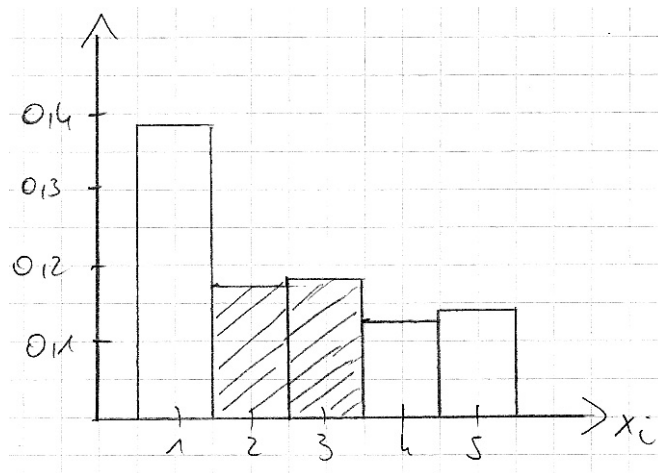
$$(II) a+b+0,18+0,13+0,14=1$$

$$\Rightarrow a+b=0,55$$

$$(II) \Rightarrow a=0,55-b \quad (I) \Rightarrow 0,55-b+2b=0,72 \Rightarrow b=0,17$$

$$\Rightarrow a=0,55-0,17=0,38$$

12.2



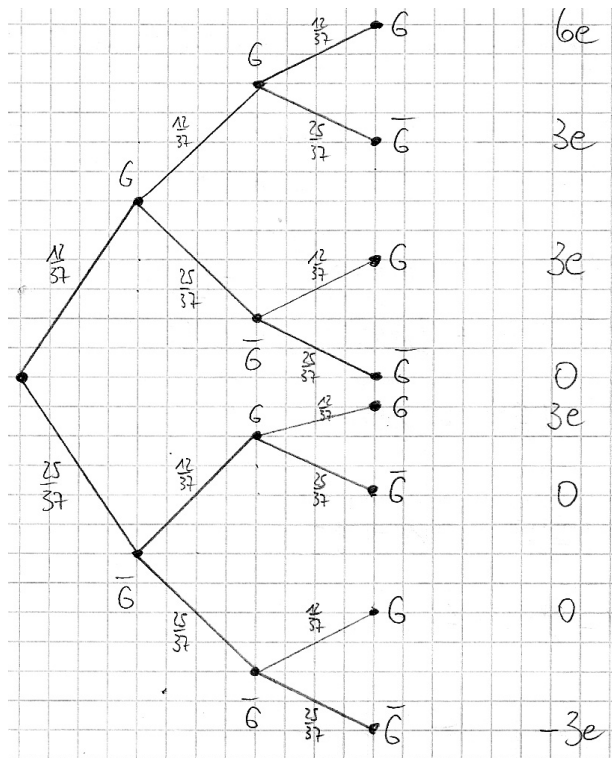
12.3

$$\text{Var}(X) = 1 \cdot 0,38 + 4 \cdot 0,17 + 9 \cdot 0,18 + 16 \cdot 0,13 + 25 \cdot 0,14 - 2,48^2 = 2,1096$$

$$\Rightarrow \sigma \approx 1,45$$

$$\Rightarrow P(1,03 < X < 3,93) = P(X=2) + P(X=3) = 0,17 + 0,18 = 0,35$$

13.1



X	-3e	0	3e	6e
P(X=x)	$\left(\frac{25}{37}\right)^3 \approx 0,3085$	$3 \cdot \left(\frac{12}{37}\right) \cdot \left(\frac{25}{37}\right)^2 \approx 0,4442$	$3 \cdot \left(\frac{12}{37}\right)^2 \cdot \left(\frac{25}{37}\right) \approx 0,2132$	$\left(\frac{12}{37}\right)^3 \approx 0,0341$

13.2

$$E(X) = -300 \cdot 0,3085 + 0 \cdot 0,4442 + 300 \cdot 0,2132 + 600 \cdot 0,0341 = -8,13$$

$$\text{Var}(X) = (-300)^2 \cdot 0,3085 + 0^2 \cdot 0,4442 + 300^2 \cdot 0,2132 + 600^2 \cdot 0,0341 - (-8,13)^2 = 59162,90$$

$$\Rightarrow \sigma \approx 243,23$$

14.1

$$E(X) = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0,15 + 3 \cdot 0,03 + 4 \cdot 0,21 + 5a + 6b = 1,23 + 5a + 6b$$

$$(I) \quad 1,23 + 5a + 6b = 4,8 \quad \Rightarrow 5a + 6b = 3,57$$

$$(II) \quad 0 + 0,15 + 0,03 + 0,21 + a + b = 1 \quad \Rightarrow a + b = 0,61$$

$$\Rightarrow b = 0,52 \quad a = 0,09$$

14.2

	$\bar{AS}$	AS	$\bar{BS}$	BS	$\bar{CS}$	CS
Kosten	10	$10 + x$	14	$14 + x$	18	$18 + x$
$P(X = x)$	0	0,15	0,03	0,21	0,09	0,52

$$E(X) = 0 \cdot 10 + 0,15 \cdot (10 + x) + 0,03 \cdot 14 + 0,21 \cdot (14 + x) + 0,09 \cdot 18 + 0,52 \cdot (18 + x) =$$

$$= 15,84 + 0,88x$$

$$\Rightarrow 50 \cdot (15,84 + 0,88x) = 880 \Rightarrow 15,84 + 0,88x = 17,6 \Rightarrow 0,88x = 1,76 \Rightarrow x = 2$$

Der Stromanschluss kostet pro Tag unter diesen Bedingungen 2 Euro.

15.1

$$(I) a + 6 + b + a + 3 = 30 \Rightarrow 2a + b = 21$$

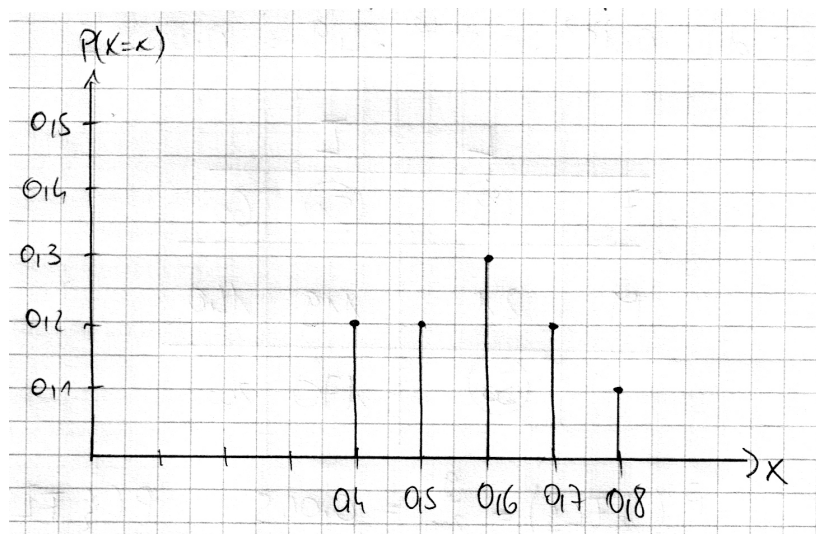
$$(II) a + 6 + b = 21 \Rightarrow a + b = 15$$

$$(I) - (II): a = 6$$

$$(II) \Rightarrow 6 + b = 15 \Rightarrow b = 9$$

15.2

x	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$P(X = x)$	0,2	0,2	0,3	0,2	0,1



15.3

$$E(X) = 0,4 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,2 + 0,6 \cdot 0,3 + 0,7 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,58$$

$$\text{Var}(X) = 0,4^2 \cdot 0,2 + 0,5^2 \cdot 0,2 + 0,6^2 \cdot 0,3 + 0,7^2 \cdot 0,2 + 0,8^2 \cdot 0,1 - 0,58^2 = 0,0156$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{0,0156} \approx 0,1249$$

$$\Rightarrow P(0,4551 < X < 0,7049) = 0,2 + 0,3 + 0,2 = 0,7$$

16.1

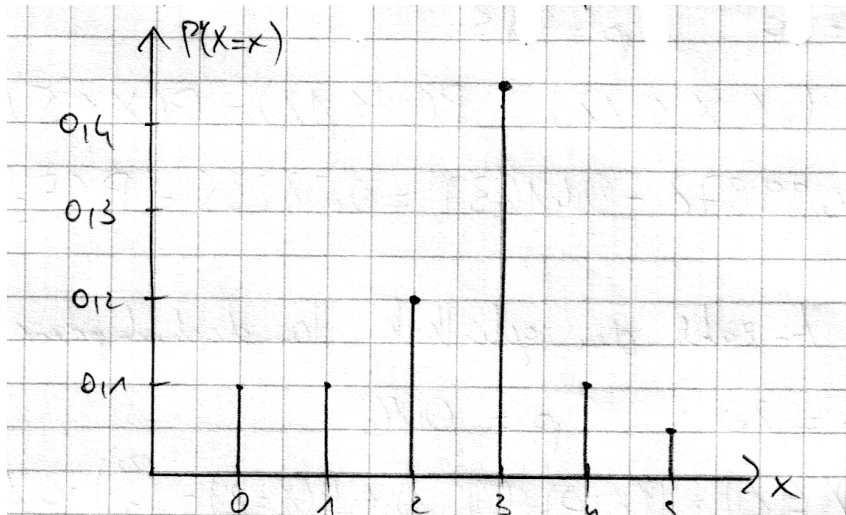
$$(I) 0,1+a+2a+4a+b+0,1+b=1 \Rightarrow 7a+2b=0,8$$

$$(II) 0,1+a+2a=0,4 \Rightarrow 3a=0,3 \Rightarrow a=0,1$$

$$(I) \Rightarrow 0,7+2b=0,8 \Rightarrow b=0,05$$

16.2

x	0	1	2	3	4	5
P(X = x)	0,1	0,1	0,2	0,45	0,1	0,05



16.3

$$E(X) = 0 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,45 + 4 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,05 = 2,5$$

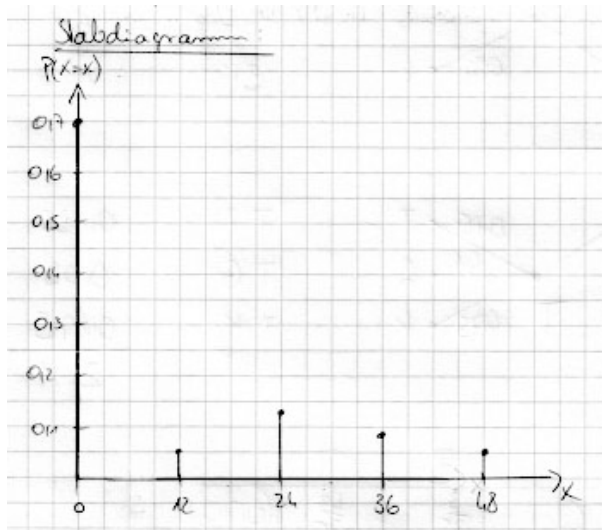
$$\text{Var}(X) = 0^2 \cdot 0,1 + 1^2 \cdot 0,1 + 2^2 \cdot 0,2 + 3^2 \cdot 0,45 + 4^2 \cdot 0,1 + 5^2 \cdot 0,05 - 2,5^2 = 1,55$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{1,55} \approx 1,245$$

$$P(0 \leq X < 1,255) + P(3,745 < X \leq 5) = 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,05 = 0,35$$

17.1

x	0	12	24	36	48
P(X = x)	0,7	0,05	0,12	0,08	0,05



17.2

$$E(X) = 0 \cdot 0,7 + 12 \cdot 0,05 + 24 \cdot 0,12 + 36 \cdot 0,08 + 48 \cdot 0,05 = 8,76$$

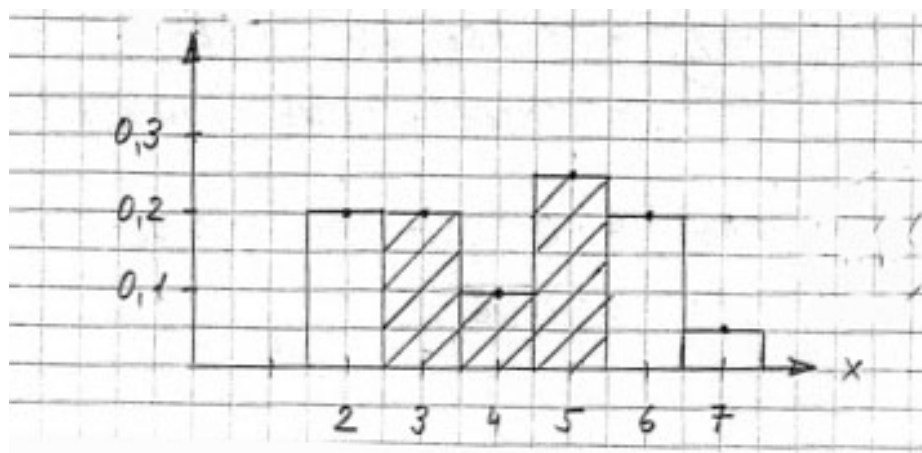
$$\text{Var}(X) = 0^2 \cdot 0,7 + 12^2 \cdot 0,05 + 24^2 \cdot 0,12 + 36^2 \cdot 0,08 + 48^2 \cdot 0,05 - 8,76^2 = 218,4624$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{218,4624} \approx 14,78$$

Die Kosten für ein Gepäckstück mit $m = 24$ liegen nicht mehr innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert.

18.1

x	2	3	4	5	6	7
P(X = x)	0,20	0,20	0,1	0,25	0,2	0,05



$$18.2 \quad P(3,50 < X \leq 6,00) = P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) = 0,1 + 0,25 + 0,2 = 0,55$$

18.3

$$E(X) = 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,25 + 6 \cdot 0,2 + 7 \cdot 0,05 = 4,2$$

$$\text{Var}(X) = 2^2 \cdot 0,2 + 3^2 \cdot 0,2 + 4^2 \cdot 0,1 + 5^2 \cdot 0,25 + 6^2 \cdot 0,2 + 7^2 \cdot 0,05 - 4,2^2 = 2,46$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{2,46} \approx 1,57$$

$$\Rightarrow P(2,63 < X < 5,77) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) = 0,2 + 0,1 + 0,25 = 0,55$$

Interpretation von $E(X) = 4,2$:

Bei einer Bestellung betragen die durchschnittlichen Zusatzkosten 4,20 €.

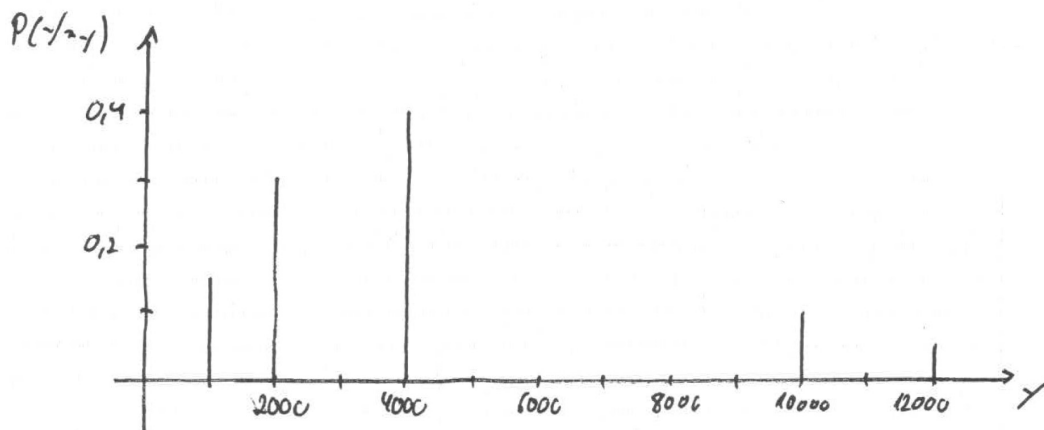
19

$$E(X) = n \cdot p = 5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Var}(X) = n \cdot p \cdot q = 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{9} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{10}{9}} \approx 1,05$$

$$\Rightarrow P(0,62 < X < 2,72) = P(X=1) + P(X=2) = 0,32922 + 0,32922 = 0,65844$$

20



$$E(Y) = 1000 \cdot 0,15 + 2000 \cdot 0,3 + 4000 \cdot 0,4 + 10000 \cdot 0,1 + 12000 \cdot 0,05 = 3950$$

$$3950 > 3540$$

$\Rightarrow$ Langfristig würde das Model mit dem festen Monatsgehalt weniger verdienen.

21.1

$$(I) a - 0,85 + 0,10 + ab + 2b + 0,15 = 1 \Rightarrow a + ab + 2b = 1,6$$

$$(II) a - 0,85 + 0,10 + ab = 0,45$$

$$(I) - (II): 2b + 0,75 = 1,15 \Rightarrow 2b = 0,40 \Rightarrow b = 0,2$$

$$(I) \Rightarrow a + 0,2a + 0,4 = 1,6 \Rightarrow 1,2a = 1,2 \Rightarrow a = 1$$

21.2

x	0	1	2	3	4
P(X = x)	0,15	0,10	0,2	0,4	0,15

$$E(X) = 0 \cdot 0,15 + 1 \cdot 0,10 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,4 + 4 \cdot 0,15 = 2,3$$

$$\text{Var}(X) = 0^2 \cdot 0,15 + 1^2 \cdot 0,10 + 2^2 \cdot 0,2 + 3^2 \cdot 0,4 + 4^2 \cdot 0,15 - 2,3^2 = 1,61$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{1,61} \approx 1,27$$

$$\Rightarrow P(1,03 < X < 3,57) = P(X = 2) + P(X = 3) = 0,6$$

22.1

$$(I) 0,1 + a + b + b - 0,05 + a + 0,15 + 2a = 1 \Rightarrow 4a + 2b = 0,8$$

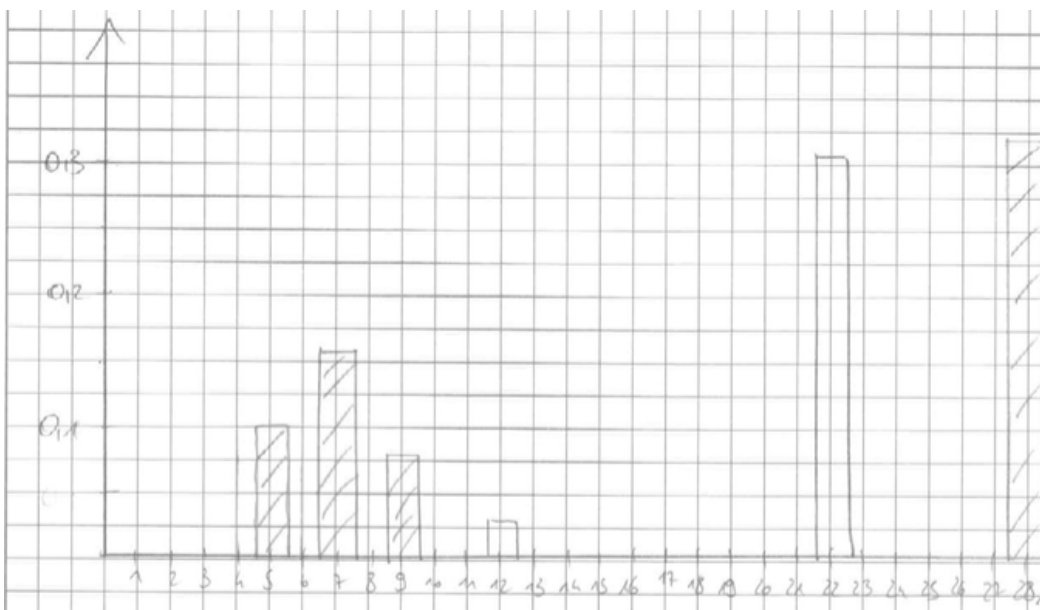
$$(II) 5 \cdot 0,1 + 7a + 9b + 12(b - 0,05) + 22(a + 0,15) + 56a = 18,48$$

$$85a + 21b + 3,2 = 18,48 \Rightarrow 85a + 21b = 15,28$$

$$21 \cdot (I) - 2 \cdot (II): -86a = -13,76 \Rightarrow a = 0,16$$

$$(I) \Rightarrow 4 \cdot 0,16 + 2b = 0,8 \Rightarrow b = 0,08$$

x	5	7	9	12	22	28
P(X = x)	0,1	0,16	0,08	0,03	0,31	0,32



22.2

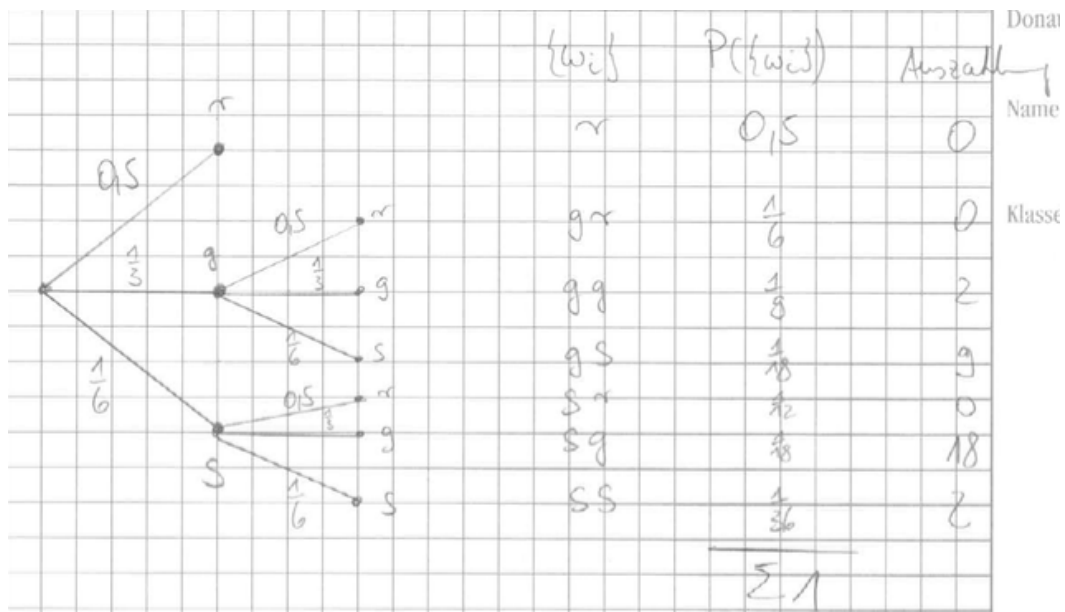
$$E(X) = 18,48$$

$$\text{Var}(X) = 5^2 \cdot 0,1 + 7^2 \cdot 0,16 + 9^2 \cdot 0,08 + 12^2 \cdot 0,03 + 22^2 \cdot 0,31 + 28^2 \cdot 0,32 - 18,48^2 = 80,5496$$

$$\sigma = \sqrt{80,5496} \approx 8,97$$

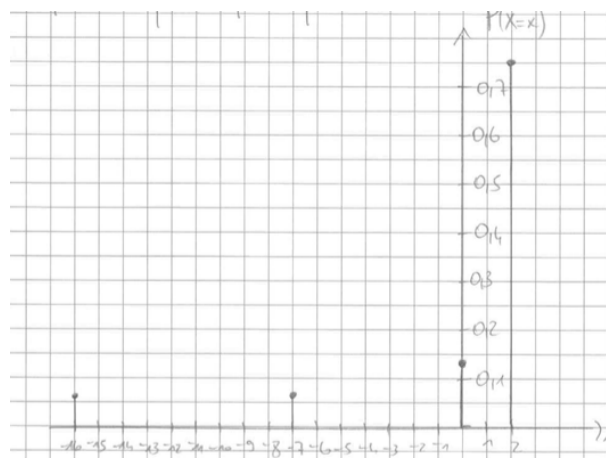
Skizze:

$$P(X < 9,51) + P(X > 27,45) = P(X = 5) + P(X = 7) + P(X = 9) + P(X = 28) = 0,66$$



23.1

x	-16	-7	0	2
P(X = x)	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{4}$



23.2

$$E(X) = -16 \cdot \frac{1}{18} + (-7) \cdot \frac{1}{18} + 0 \cdot \frac{5}{36} + 2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{2}{9}$$

$$\text{Var}(x) = (-16)^2 \cdot \frac{1}{18} + (-7)^2 \cdot \frac{1}{18} + 0^2 \cdot \frac{5}{36} + 2^2 \cdot \frac{3}{4} - \left(\frac{2}{9}\right)^2 = 19 \frac{145}{162}$$

$$\sigma = \sqrt{19 \frac{145}{162}} \approx 4,46$$

Der Festwirt macht pro Spiel durchschnittlich einen Reingewinn von $\frac{2}{9} \approx 0,22$ Euro.

23.3

$$P(E_3) = \left(\frac{1}{9}\right)^2 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^8 \approx 0,0048$$

$$P(E_4) = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 6 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^3 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^5$$

24.1

$$(I) \ a + b - 2a + 0,4 + b + 0,15 + 2a = 1 \Rightarrow a + 2b = 0,45$$

$$(II) \ 4a + 5(b - 2a) + 6 \cdot 0,4 + 7b + 8 \cdot 0,15 + 9 \cdot 2a = 6,6$$

$$\Rightarrow 12a + 12b = 3$$

$$-12 \cdot (I) + (II): -12b = -2,4 \Rightarrow b = 0,2$$

$$(I) \Rightarrow a + 2 \cdot 0,2 = 0,45 \Rightarrow a = 0,05$$

24.2

$$\text{Var}(X) = 16 \cdot 0,05 + 25 \cdot 0,1 + 36 \cdot 0,4 + 49 \cdot 0,2 + 64 \cdot 0,15 + 81 \cdot 0,1 - 6,6^2 = 1,64$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{1,64} \approx 1,28$$

$$\Rightarrow P(5,32 < X < 7,88) = P(X = 6) + P(X = 7) = 0,4 + 0,2 = 0,6$$

25.1

x	0	10	15	20	25	30
P(X=x)	0,0225	0,09	0,165	0,09	0,33	0,3025

25.2

$$E(X) = 0 \cdot 0,0225 + 10 \cdot 0,09 + 15 \cdot 0,165 + 20 \cdot 0,09 + 25 \cdot 0,33 + 30 \cdot 0,3025 = 22,5$$

$$\Rightarrow \text{in einem Schuljahr: } 38 \cdot 22,5 \text{ Ct} = 855 \text{ Ct}$$

25.3

$$P(12,5 \leq X \leq 32,5) = P(X = 15) + P(X = 20) + P(X = 25) + P(X = 30) = 0,165 + 0,09 + 0,33 + 0,3025 = 0,8875$$

26.1

x	0	1	2	3
P(X=x)	0,648	0,306	0,044	0,002

26.2

$$E(X) = 0 \cdot 0,648 + 1 \cdot 0,306 + 2 \cdot 0,044 + 3 \cdot 0,002 = 0,4$$

$$\text{Var}(X) = 1^2 \cdot 0,306 + 2^2 \cdot 0,044 + 3^2 \cdot 0,002 - 0,4^2 = 0,34$$

$$\sigma \approx 0,58$$

Skizze:

$$P(-0,18 \leq X \leq 0,98) = P(X = 0) = 0,648$$

27.1

x	0	2	3	5
P(X=x)	0,15	0,05	0,4	0,4

SFA	SFA	SFA	SFA	SVA	SVA	SVA	SVA
0,3	0,3	0,1	0,1	0,01	0,03	0,04	0,12
5 €	3 €	5 €	3 €	2 €	0 €	2 €	0 €

27.2

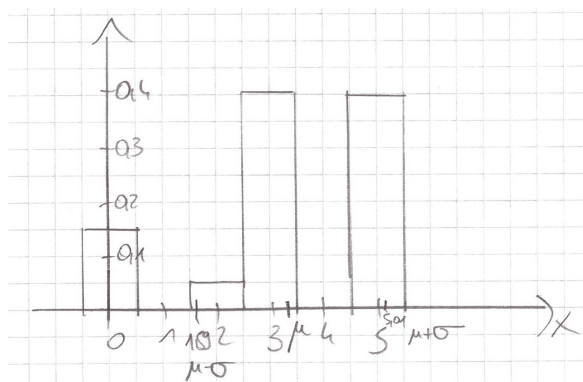
$$E(X) = 0 \cdot 0,15 + 2 \cdot 0,05 + 3 \cdot 0,4 + 5 \cdot 0,4 = 3,3$$

Der durchschnittlich zu zahlende Aufpreis beträgt 3,30 €.

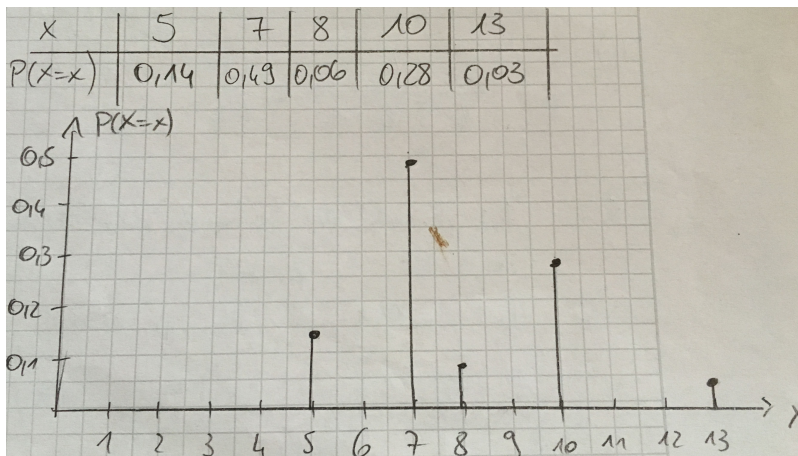
$$\text{Var}(X) = 0^2 \cdot 0,15 + 2^2 \cdot 0,05 + 3^2 \cdot 0,4 + 5^2 \cdot 0,4 - 3,3^2 = 2,91$$

$$\sigma = \sqrt{2,91} \approx 1,71$$

27.3



28.1



28.2

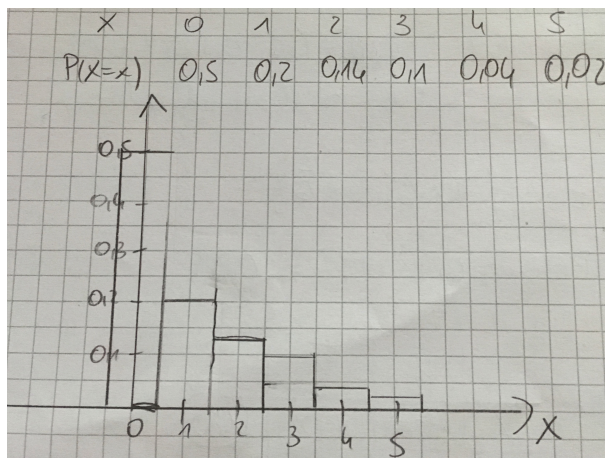
$$E(X) = 5 \cdot 0,14 + 7 \cdot 0,49 + 8 \cdot 0,06 + 10 \cdot 0,28 + 13 \cdot 0,03 = 7,8$$

$$\text{Var}(X) = 5^2 \cdot 0,14 + 7^2 \cdot 0,49 + 8^2 \cdot 0,06 + 10^2 \cdot 0,28 + 13^2 \cdot 0,03 - 7,8^2 = 3,58$$

$$\sigma = \sqrt{3,58} = 1,89$$

$$P(5,91 < X < 9,69) = 0,49 + 0,06 = 0,55$$

29.1



$$(I) \quad 0,5 + 2b + a + 5b - 0,4 + 2a - 0,24 + 0,02 = 1 \Rightarrow 3a + 7b = 1,12$$

$$(II) \quad 0,5 + 2b + a = 0,84 \Rightarrow a + 2b = 0,34$$

$$(II) \Rightarrow a = 0,34 - 2b$$

$$(I) \Rightarrow 3(0,34 - 2b) + 7b = 1,12 \Rightarrow b = 0,1$$

$$\Rightarrow a = 0,34 - 0,2 = 0,14$$

29.2

$$E(X) = 0 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,14 + 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,04 + 5 \cdot 0,02 = 1,04$$

$$\text{Var}(X) = 0^2 \cdot 0,5 + 1^2 \cdot 0,2 + 2^2 \cdot 0,14 + 3^2 \cdot 0,1 + 4^2 \cdot 0,04 + 5^2 \cdot 0,02 - 1,04^2 = 1,7184$$

$$\sigma = \sqrt{1,7184} = 1,31$$

$$\Rightarrow P(-0,27 < X < 2,35) = 0,5 + 0,2 + 0,14 = 0,84$$

30.1 Falsch. Nach Definition der Varianz einer Zufallsgröße werden die Abstände $(x_i - \mu)$ quadriert und mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Dabei entstehen nur positive Zahlen, die dann addiert werden.

30.2 Richtig. Die Zufallswerte können auch negativ sein.

30.3 Richtig. Bei der Berechnung wird immer vom zugehörigen Erwartungswert ausgegangen.
Entscheidend für das Streuungsmaß ist, wie weit die Zufallswerte vom Erwartungswert entfernt sind und mit welcher Wahrscheinlichkeit sie eintreten.

30.4 Falsch. Diese Aussage gilt nur, wenn $\text{Var}(X) > 1$.

30.5 Falsch. Unabhängig von der Größe des Erwartungswertes können sich die Zufallswerte in der Umgebung des Erwartungswertes befinden.

31.1

x_i	16	23	34,50	49,50	57,95
$P(X = x_i)$	0,15	0,2	0,35	0,06	0,24

$$E(X) = 16 \cdot 0,15 + 23 \cdot 0,2 + 34,5 \cdot 0,35 + 49,5 \cdot 0,06 + 57,95 \cdot 0,24 = 35,95$$

Eine Kundin bezahlt durchschnittlich 35,95 € pro Besuch beim Friseur.

31.2

$$\text{Einnahmen pro Tag: } 15 \cdot 35,95 \text{ €} + 8 \cdot 14,50 \text{ €} = 655,25 \text{ €}$$

$$21 \cdot 655,25 = 13760,25 \text{ €}$$

$$13760,25 \text{ €} - 7500 \text{ €} = 6260,25 \text{ €}$$

Die Inhaberin sollte die Preise erhöhen.

32.1

$$E(X) = 99,94 \text{ (nach Angabe)}$$

$$\text{Var}(X) = 98,5^2 \cdot 0,05 + 99^2 \cdot 0,10 + 100^2 \cdot 0,75 + 101^2 \cdot 0,07 + 101,5^2 \cdot 0,03 - 99,94^2 = 0,3464$$

$$\sigma = \sqrt{0,3464} \approx 0,59$$

Skizze:

$$\Rightarrow P(99,35 < X < 100,53) = P(X = 100) = 0,75$$

32.2

$$E(Y) = (-4) \cdot 0,30 + (-2) \cdot 0,20 + 0 \cdot 0,35 + 2 \cdot 0,10 + 4 \cdot 0,05 = -1,2$$

$\Rightarrow$ es werden 1,2 g zu wenig abgefüllt.

$\Rightarrow$ die Maschine muss auf 101,2 g eingestellt werden.

33.1

x	20,00	26,00	28,50	30,00	32,00
$P(X = x)$	0,03	0,32	0,42	0,08	0,15

$$(I) P(S) = 4 \cdot P(W)$$

$$(II) P(W) + P(G) = 0,5$$

$$(III) P(B) + P(S) + P(G) + P(W) + P(V) = 1 \Rightarrow P(S) + P(G) + P(W) = 0,82$$

$$(II) \Rightarrow P(S) + 0,5 = 0,82 \Rightarrow P(S) = 0,32$$

$$(I) \Rightarrow 0,32 = 4 \cdot P(W) \Rightarrow P(W) = 0,08$$

$$(II) \Rightarrow 0,08 + P(G) = 0,5 \Rightarrow P(G) = 0,42$$

33.2

$$E(X) = 20,00 \cdot 0,03 + 26,00 \cdot 0,32 + 28,50 \cdot 0,42 + 30,00 \cdot 0,08 + 32,00 \cdot 0,15 = 28,09$$

$$\text{Durchschnittlicher Gewinn pro Monat: } 28,09 \cdot 120 \cdot 0,3 = 1011,24 \text{ €}$$

34

$$E(Y) = 200 \cdot 0,85 = 170$$

$$\text{Var}(Y) = 200 \cdot 0,85 \cdot 0,15 = 25,5 \Rightarrow \sigma = \sqrt{25,5} \approx 5,05$$

Skizze:

$$\Rightarrow P(165 \leq Y \leq 175) = P(Y \leq 175) - P(Y \leq 164) = 0,86318 - 0,13873 = 0,72445$$

35

$$(I) a + b + 2a = 1$$

$$(II) 5a + 7b + 16a = E(X)$$

$$(I) \Rightarrow b = 1 - 3a$$

$$(II) \Rightarrow 21a + 7(1 - 3a) = E(X) \Rightarrow 21a + 7 - 21a = E(X) \Rightarrow E(X) = 7$$

36

x	7 €	9 €	11 €	13 €
$P(X = x)$	0,0025	0,15	0,325	0,5

$$P(X = 7) = 0,2 \cdot \frac{1}{8} = 0,025 \quad P(X = 9) = 0,2 \cdot \frac{2}{8} + 0,8 \cdot \frac{1}{8} = 0,15$$

$$P(X = 11) = 0,2 \cdot \frac{5}{8} + 0,8 \cdot \frac{2}{8} = 0,325 \quad P(X = 13) = 0,8 \cdot \frac{5}{8} = 0,5$$

$$E(X) = 7 \cdot 0,025 + 9 \cdot 0,15 + 11 \cdot 0,325 + 13 \cdot 0,5 = 11,60 \text{ €}$$

37.1

$$P(H) = \frac{1}{8} \quad P(K) = \frac{3}{8} \quad P(N) = \frac{4}{8}$$

$$\frac{4}{8} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

37.2

x	0 €	3 €	7 €
P(X = x)	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$$E(X) = 0 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{3}{8} + 7 \cdot \frac{1}{8} = 2$$

Das Gewinnspiel ist fair, weil $E(X)$ = Einsatz gilt.

38.1

$$(I) \quad a + b - a + 0,2 + b + 0,08 + 0,02 = 1 \Rightarrow 2b + 0,3 = 1 \Rightarrow b = 0,35$$

$$(II) \quad 1 \cdot a + 2 \cdot (b - a) + 3 \cdot 0,2 + 4b + 5 \cdot 0,08 + 6 \cdot 0,02 = 3,12$$

$$\Rightarrow a + 2b - 2a + 0,6 + 4b + 0,4 + 0,12 = 3,12$$

$$\Rightarrow -a + 6b + 1,12 = 3,12$$

$$\Rightarrow -a + 6 \cdot 0,35 + 1,12 = 3,12 \Rightarrow a = 0,1$$

38.2

$$X: \text{Lieferzeit der Möbel in Wochen} \quad E(X) = 3,12$$

Die durchschnittliche Lieferzeit der Möbel ab Bestelleingang beträgt etwa 3,12 Wochen.

$$P(E_1) = P(X \leq 4) = 0,1 + 0,25 + 0,2 + 0,35 = 0,9$$

$$P(E_2) = \binom{9}{3} \cdot 0,1^3 \cdot 0,9^6 \approx 0,04464$$

$$P(E_3) = 0,98^9 \cdot 0,02 \approx 0,01667$$

39.1

$$(I) \quad a - 2b + 0,3 + a + b + 0,1 = 1 \Rightarrow 2a - b = 0,6$$

$$(II) \quad a - 2b + 0,3 = 0,45 \Rightarrow a - 2b = 0,15$$

$$2 \cdot (II) - (I): \quad -3b = -0,3 \Rightarrow b = 0,1$$

$$(II) \Rightarrow a - 2 \cdot 0,1 = 0,15 \Rightarrow a = 0,35$$

39.2

x	1	2	3	4	5
P(X = x)	0,15	0,3	0,35	0,1	0,1

$$E(X) = 1 \cdot 0,15 + 2 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,35 + 4 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,1 = 2,7$$

Es werden durchschnittlich 2,7 Gratis-Eiskugeln ausgegeben.

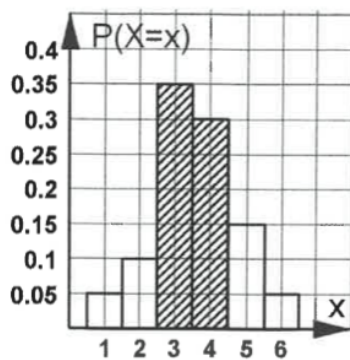
$$\text{Var}(X) = 1 \cdot 0,15 + 4 \cdot 0,3 + 9 \cdot 0,35 + 16 \cdot 0,1 + 25 \cdot 0,1 - 2,7^2 = 1,31$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{1,31} \approx 1,14$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(0,99 < X < 4,41) &= P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = \\ &= 0,15 + 0,3 + 0,35 + 0,1 = 0,9 \end{aligned}$$

40.1

x	1	2	3	4	5	6
P(X = x)	0,05	0,10	0,35	0,30	0,15	0,05



40.2

$$P(X < 6) = 0,05 + 0,10 + 0,35 + 0,30 + 0,15 = 0,95$$

Das ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine unter den 248 gezählten Wildbienen zufällig ausgewählte Wildbiene zu einer der Gruppen von 1 bis 5 gehört.

40.3

$$E(X) = 1 \cdot 0,05 + 2 \cdot 0,10 + 3 \cdot 0,35 + 4 \cdot 0,30 + 5 \cdot 0,15 + 6 \cdot 0,05 = 3,55$$

$$\text{Var}(X) = 1 \cdot 0,05 + 4 \cdot 0,10 + 9 \cdot 0,35 + 16 \cdot 0,30 + 25 \cdot 0,15 + 36 \cdot 0,05 - 3,55^2 = 1,3475$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{1,3475} \approx 1,16$$

$$\Rightarrow P(2,39 < X < 4,71) = P(X=3) + P(X=4) = 0,35 + 0,30 = 0,65$$

41 X: Gewinn bei diesem Glücksspiel

$$P(KKK) = 0,4^3 = 0,064$$

$$P(\{KZK, ZKZ\}) = 0,4^2 \cdot 0,6 + 0,6^2 \cdot 0,4 = 0,24$$

x	-4	6	16
P(X = x)	0,696	0,24	0,064

$$E(X) = -4 \cdot 0,696 + 6 \cdot 0,24 + 16 \cdot 0,064 = -0,32$$

⇒ Das Spiel ist für den Spieler ungünstig

42.1

$$(I) \ a + 2b + b + 0,1 + 0,1 + 0,04 = 1 \Rightarrow a + 3b = 0,76$$

$$(II) \ 0 \cdot a + 1 \cdot 2b + 2 \cdot b + 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,04 = 1,7 \Rightarrow 4b = 0,8 \Rightarrow b = 0,2$$

$$(I) \Rightarrow a + 3 \cdot 0,2 = 0,76 \Rightarrow a = 0,16$$

42.2

$$\text{Var}(X) = 0 \cdot 0,016 + 1^2 \cdot 0,4 + 2^2 \cdot 0,2 + 3^2 \cdot 0,1 + 4^2 \cdot 0,1 + 5^2 \cdot 0,04 - 1,7^2 = 1,81$$

$$\sigma = \sqrt{1,81} \approx 1,35$$

Skizze:

$$\Rightarrow P(0,35 < X < 3,05) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = 0,4 + 0,2 + 0,1 = 0,7$$

43.1 Ein „fares Spiel“ bedeutet, dass weder Spielanbieter noch Spieler durchschnittlich pro Spiel Gewinn bzw. Verlust macht, d.h. der Erwartungswert (des Nettogewinns) muss dann Null sein.

43.2

$$(I) \ 0,2 + a + 0,2 + b + 0,1 = 1 \Rightarrow a + b = 0,5$$

$$(II) \ -2 \cdot 0,2 + (-1) \cdot a + 0,5 \cdot 0,2 + 1,5 \cdot b + 3 \cdot 0,1 = 0 \Rightarrow -a + 1,5b = 0$$

$$(I) + (II) \Rightarrow 2,5b = 0,5 \Rightarrow b = 0,2$$

$$(I) \Rightarrow a + 0,2 = 0,5 \Rightarrow a = 0,3$$

44.1

$$E(X) = 0 \cdot 0,05 + 1 \cdot 0,45 + 2 \cdot 0,35 + 3 \cdot 0,15 = 0,45 + 0,7 + 0,45 = 1,6$$

Im Schnitt sind 1,6 Kassen gleichzeitig während der Öffnungszeiten besetzt.

44.2

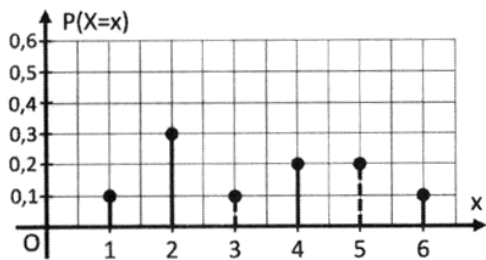
$$\text{Var}(X) = 0,64 \Rightarrow \sigma = \sqrt{0,64} = 0,8$$

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(0,8 < X < 2,4) = P(X=1) + P(X=2) = 0,45 + 0,35 = 0,8$$

45.1

$$P(X \leq 3) = 0,1 + 0,3 + P(X = 3) = 0,5 \Rightarrow P(X = 3) = 0,1$$

$$0,1 + 0,3 + 0,1 + 0,2 + P(X = 5) + 0,1 = 1 \Rightarrow P(X = 5) = 0,2$$



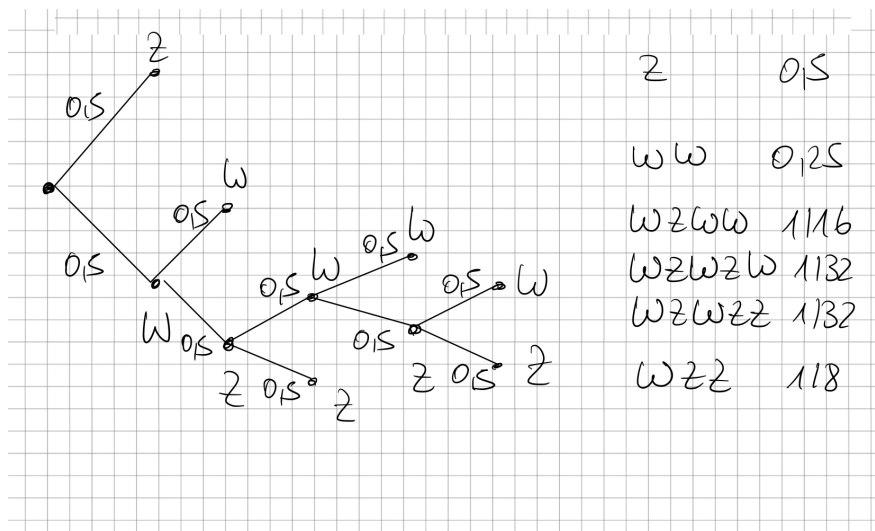
45.2

$$E(X) = 1 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,2 + 6 \cdot 0,1 =$$

$$= 0,1 + 0,6 + 0,3 + 0,8 + 1 + 0,6 = 3,4$$

Der Einsatz müsste 3,40 € betragen.

46.1



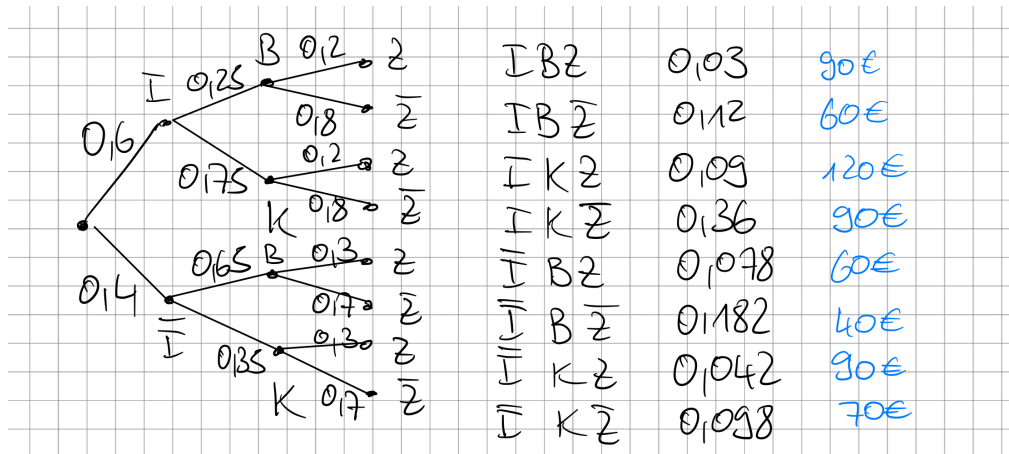
46.2

x	0	4 (WW, WZWW)	8 (WZWWZ, WZZ)
P(X = x)	$\frac{1-5/16-5/32}{17/32}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{32}$

$$E(X) = 0 \cdot \frac{17}{32} + 4 \cdot \frac{5}{16} + 8 \cdot \frac{5}{32} = \frac{80}{32} = 2,5$$

⇒ für ein faires Spiel müsste der Einsatz um 0,50 € verringert werden

47.1



47.2

x	40	60	70	90	120
P(X = x)	0,182	0,198	0,098	0,432	0,09

$$E(X) = 40 \cdot 0,182 + 60 \cdot 0,198 + 70 \cdot 0,098 + 90 \cdot 0,432 + 120 \cdot 0,09 = 75,70$$

durchschnittliche Wocheneinnahmen: $75,70 \cdot 4 \cdot 5 = 1514 \text{ €}$